

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Донбаська державна машинобудівна академія (ДДМА)

КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ
ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ
МЕТОДОМ ПЛАНІВ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання

розрахунково-графічних і контрольних робіт

із дисциплін

«Теорія механізмів і машин»

і «Прикладна механіка»

для студентів усіх спеціальностей

денної і заочної форм навчання

Краматорськ
ДДМА
2021

УДК 621.01

Кінематичний аналіз важільних механізмів методом планів: методичні вказівки до виконання розрахунково-графічних і контрольних робіт із дисциплін «Теорія механізмів і машин» і «Прикладна механіка» для студентів усіх спеціальностей денної і заочної форм навчання. / укладачі : В. О. Загудаєв, Н. В. Чоста, В. Є. Шолєнінов. – Краматорськ : ДДМА, 2021. – 67 с.

У методичних вказівках викладена методика дослідження кінематичних параметрів важільних механізмів методом планів, розглянуті особливості визначення швидкостей і прискорень у різноманітних механізмах II класу, наведені приклади кінематичного аналізу механізмів.

Укладачі:

В. О. Загудаєв, доц., к.т.н.,
Н. В. Чоста, доц.,
В. Є. Шолєнінов, асист.

Відповідальний за випуск

С. Г. Карнаух, доц.

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Побудова планів механізму і визначення траєкторій точок методом засічок	4
2 Визначення швидкостей точок і кутових швидкостей ланок механізму методом планів	12
3 Особливості побудови планів швидкостей для кулісних механізмів	23
4 Визначення прискорень точок і кутових прискорень ланок механізму методом планів	28
5 Особливості побудови планів прискорень для кулісних механізмів	36
6 Приклад кінематичного аналізу важільного механізму	42
6.1 Вихідні дані	42
6.2 Плани механізму	42
6.3 Плани швидкостей	43
6.4 Плани прискорень	48
Додаток А. Плани швидкостей елементарних механізмів II класу ...	52
Додаток Б. Плани прискорень елементарних механізмів II класу.....	59
Список літератури	64

ВСТУП

Для розрахунку і проектування різного роду машин, в основу яких покладені шарнірні механізми, необхідно знати траєкторії, що описуються їхніми характерними точками, а також розміри і напрямки швидкостей і прискорень, що виникають у цих точках у різноманітних положеннях механізмів. Кінематичне дослідження механізмів можна проводити аналітичними і графічними методами. Розглянемо найбільш простий і наочний графічний метод визначення траєкторій, швидкостей і прискорень точок і ланок, широко застосовуваних у машинах із шарнірними механізмами II класу.

1 ПОБУДОВА ПЛАНІВ МЕХАНІЗМУ І ВИЗНАЧЕННЯ ТРАЄКТОРІЙ ТОЧОК МЕТОДОМ ЗАСІЧОК

Вид траєкторій точок механізму часто визначає його практичне застосування. Графічне визначення траєкторій здійснюється *методом засічок*. Він дозволяє визначити положення всіх точок механізму, що відповідають прийнятним положенням головної ланки (частіше всього кривошипа) і таким чином зробити розмітку траєкторій точок механізму.

При вивченні руху ланок механізму замість його конструктивного зображення зазвичай складається *кінематична схема механізму*, що є його кінематичною моделлю, і будується в обраному масштабі з точним дотриманням усіх тих розмірів і форм, від яких залежить взаємний рух ланок. Усе зайве, не характерне для руху ланок, повинно бути виключено з кінематичної схеми механізму, щоб не ускладнювати креслення. Таким чином, для визначення положень ланок і траєкторій точок механізму необхідно побудувати його кінематичну схему, що при графічному дослідженні повинна бути виконана в точно визначеному масштабі.

У теорії механізмів і машин користуються поняттям обчислювального масштабу або так званого *масштабного коефіцієнта*, що має визначену розмірність. *Масштабним коефіцієнтом* деякої фізичної величини називається відношення дійсного значення даного розміру у властивих їй одиницях до довжини відрізка в міліметрах, що зображує цей розмір на кресленні.

Масштабні коефіцієнти дозволяють переходити від відрізків на кресленні до дійсних значень зображуваних ними фізичних величин (переміщень, швидкостей, прискорень, сил і т.д.) і, навпаки. Щоб одержати дійсне значення шуканого розміру і його розмірність, необхідно узятий із креслення відрізок у міліметрах, що зображує цей розмір, помножити на відповідний масштабний коефіцієнт і, навпаки, щоб знайти довжину відрізка, яким необхідно показати дану фізичну величину на кресленні, треба дійсне чисельне значення цього розміру розділити на відповідний масштабний коефіцієнт.

Наприклад, при побудові кінематичних схем механізмів у ТММ застосовується не масштаб M , а *масштабний коефіцієнт довжини* μ_l , що показує число метрів природи, що утримується в 1 мм схеми. Отже,

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{(AB)},$$

де l_{AB} – дійсна довжина деякої ланки AB механізму, $м$;

(AB) – зображення цієї ланки на схемі, $мм$.

Перехід від масштабного коефіцієнта довжини μ_l до креслярського масштабу M і навпаки здійснюється за такими формулами:

$$M = \frac{0,001}{\mu_l}; \quad \mu_l = \frac{0,001}{M}, \frac{м}{мм}.$$

Так, якщо звичайний креслярський масштаб дорівнює $M 1:2$, то $\mu_l = 0,002 \frac{м}{мм}$ і треба читати: $0,002 \text{ м}$ у 1 мм креслення; якщо $M 1:5$, то

$\mu_l = 0,005 \frac{м}{мм}$ і т.д. Наприклад, відрізок $(AB) = 100 \text{ мм}$ у масштабі довжини

$\mu_l = 0,005 \frac{м}{мм}$ дає дійсний розмір $l_{AB} = 100 \cdot 0,005 = 0,5 \text{ м}$.

При виконанні побудов кінематичних схем механізмів бажано обирати такий μ_l , який би відповідав одному зі стандартних креслярських масштабів M (табл. 1).

Таблиця 1 – Стандартні креслярські масштаби

<i>M</i>	5:1	2:1	1:1	1:2	1:2,5	1:4	1:5	1:10
$\mu, \frac{M}{mM}$	2·10 ⁻⁴	5·10 ⁻⁴	1·10 ⁻³	2·10 ⁻³	2,5·10 ⁻³	4·10 ⁻³	5·10 ⁻³	1·10 ⁻²

Для вирішення задачі про положення ланок механізму повинні бути задані кінематична схема механізму і функція переміщень головної ланки механізму. Схема механізму і розміри всіх його ланок визначаються в результаті кінематичного синтезу механізму, виходячи з вимог того технологічного процесу, для виконання якого передбачається використовувати цей механізм. При кінематичному дослідженні механізмів у першому наближенні будемо припускати рух його головної ланки рівномірним.

Визначення траєкторій і їхньої розмітки проведемо методом засічок на прикладі шестиланкового механізму, показаного на рисунку 1. Знаючи розміри всіх ланок механізму (l_{O_1A} , l_{AB} , l_{O_2B} , l_{O_2C} , l_{CD}), а також конструктивні розміри a і b , зображуємо механізм у положенні (виділено на рисунку жирними лініями), що відповідає заданому положенню вхідної ланки l , в обраному масштабі μ_l . Для цього всі розміри механізму необхідно перекласти в

$$\text{масштаб діленням на } \mu_l: (O_1A) = \frac{l_{O_1A}}{\mu_l}, \text{ мм}; \quad (AB) = \frac{l_{AB}}{\mu_l}, \text{ мм};$$

$$(O_2B) = \frac{l_{O_2B}}{\mu_l}, \text{ мм і т.д.}$$

Взаємне розташування ланок механізму, що рухається, увесь час змінюється, але в кожний даний момент часу положення кожного з них є цілком визначеним. Графічне зображення кінематичної схеми механізму, що відповідає заданому положенню його вхідної ланки, називається *планом механізму*. Ряд послідовних планів механізму, побудованих для моментів часу, що йдуть один за одним, дозволяє наочно простежити за рухом даного механізму.

Для побудови планів механізму, зображеного на рисунку 1, задамося розміткою траєкторії точки A кривошипа l , що обертається навколо осі O_1 із постійною кутовою швидкістю $\omega_l = const$. Траєкторією цієї точки є коло з радіусом O_1A з центром у точці O_1 . Звичайно відзначають 8...30 положень точки A . Розмітку необхідно виконувати так, щоб до неї потрапили крайні

положення механізму (коли ланки O_1A й AB знаходяться на одній прямій, а вихідна ланка 5 може рухатися тільки в одному напрямку). При цьому $O_1B_0 = AB - O_1A$ і $O_1B_k = AB + O_1A$ (рис. 1). За початок відліку варто приймати одне з крайніх положень механізму, визначивши попередньо кути повороту кривошипа для робочого φ_{px} і холостого φ_{xx} ходів, причому $\varphi_{px} > \varphi_{xx}$. Відлік положень необхідно проводити в напрямку обертання кривошипа.

Будемо вважати, що в механізмі, зображеному на рисунку 1, основні дослідження проводяться для повзуна 5. Тоді для аналізованого механізму можна прийняти рівномірну розмітку (розбивку) траєкторії точки A . За нульове (початкове) положення A_0 приймаємо положення кривошипа наприкінці холостого, початку робочого ходу (коли ланки механізму займають крайнє праве положення). На робочому ході вихідна ланка 5 переборює силу корисного опору $F_{ко}$ (рух повзуна справа ліворуч). Положення A_0 визначається в такий спосіб.

Очевидно, що при русі механізму ланка 3 буде чинити обертальний рух навколо осі O_2 (точніше, коливатися з деяким кутом розмаху ψ), тому траєкторіями точок B и C коромисла 3 будуть дуги кіл із радіусами відповідно O_2B і O_2C . З центру O_2 опишемо ці дуги. Потім із центру O_1 розхилом циркуля, що дорівнює $(AB - O_1A)$, зробимо засічку на дузі радіуса O_2B . Отримана точка B_0 визначає крайнє праве положення коромисла O_2C . Провівши з B_0 через точку O_1 пряму до перетину з траєкторією точки A , одержимо точку A_0 . Вона і визначає початкове положення механізму, що іноді називають "мертвим" положенням, тому що при переході кривошипа через це положення відбувається миттєве припинення і зміна напрямків руху всіх інших ланок механізму, у тому числі й повзуна 5. Неважко зрозуміти, що для визначення іншого "мертвого" (кінцевого) положення механізму необхідно з центру O_1 зробити засічку розхилом циркуля, що дорівнює $(AB + O_1A)$, на тій же дузі радіуса O_2B . Отримана точка B_k визначає крайнє ліве положення коромисла O_2C . Поєднавши B_k з O_1 прямою лінією, знайдемо A_k як точку перетину цієї лінії з траєкторією точки A .

$$\mu_l = \dots \frac{M}{MM}$$

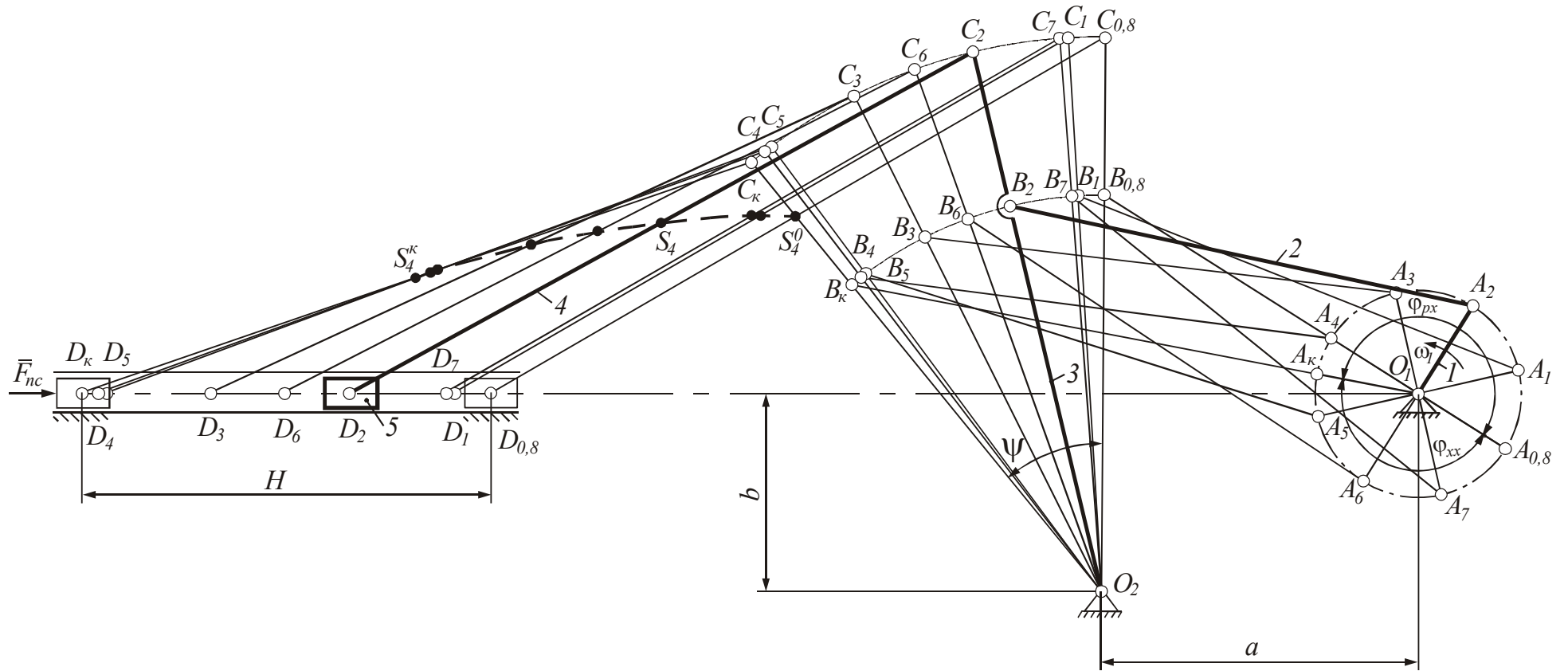


Рисунок 1 – Плани положень важільного механізму

Розмітимо 8 рівновіддалених положень точки A від A_0 у бік обертання кривошипа 1 . Потім, здійснюючи на дузі з радіусом O_2B засічки з усіх точок A_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 8$) розхилом циркуля, що дорівнює AB , розмітимо траєкторію точки B . Проводячи через кожну точку B_i промені O_2B_i до перетину з дугою радіуса O_2C , розмітимо траєкторію точки C , причому кожний із цих променів показує відповідне положення коромисла 3 . І, нарешті, засічками з усіх точок C_i розхилом циркуля, що дорівнює CD , розмітимо прямолінійну траєкторію точки D повзуна 5 , що рухається в прямолінійних горизонтальних напрямляючих. Значення переміщень S_i точки D (хід повзуна) у метрах, що відраховуються від нульового положення точки D_0 , заносимо до таблиці 2, де $S_i = (D_0D_i) \mu_i$, (наприклад, $S_3 = (D_0D_3) \mu_i$ і т. д.). Якщо послідовно з'єднати прямими лініями всі розмічені точки A_i, B_i, C_i, D_i , що мають однакові індекси, то можна одержати 8 планів механізму, що відповідають 8 рівновіддаленим (через 45°) положенням кривошипа O_1A , що нумерують $A_1, A_2, A_3, \dots, A_8$ у напрямку його обертання. Аналогічним шляхом можна побудувати план механізму для будь-якого заданого положення вхідної ланки. Крім того, маючи розмітку характерних точок механізму, можна побудувати траєкторію будь-якої точки даного механізму.

Траєкторії різноманітних точок шатунів, тобто ланок із складним рухом (на рис. 1 це ланки 2 і 4), називаються *шатунними кривими*. Вони мають найрізноманітнішу форму і внаслідок цього часто використовуються в спеціальних машинах, наприклад: у картофелекопалках, сеноворушилках, тістомісилках і т.п. Як приклад, на рисунку 1 побудована шатунна крива $S_4^0 - S_4^x$, що становить траєкторію руху центра ваги S_4 шатуна 4 . Для її побудови необхідно по наявній розмітці точок C і D (рис. 1) показати всі положення ланки CD і на кожному з них відзначити точки S_4^i . Геометричне місце цих точок і дає шукану шатунну криву точки S_4 .

За наявною розміткою траєкторії можна добудувати діаграму переміщень $S(\varphi)$ для будь-якої точки механізму в координатах: переміщення S – кут повороту кривошипа φ (що відраховується від його нульового положення). Графік $S(\varphi)$ дає функцію зміни положень аналізованої точки (або ланки) від положення вхідної ланки, виражену графічно. Тому залежність $S(\varphi)$ часто називають *функцією положення*.

Побудуємо діаграму $S(\varphi)$ переміщення повзуна 5 аналізованого механізму. Для цього вибираємо прямокутну систему координат $S - \varphi$ (рис. 2) і задаємося зручними розмірами відрізків $(0-8)$ і (S_{max}) в міліметрах (у залежності від того, що розташовується на кресленні місця), що у масштабі зображують відповідно кут, який дорівнює 2π , що відповідає одному оберту кривошипа 1, і повний хід H повзуна 5, причому $H = (D_0 D_k) \mu_l$, м. Тоді масштабні коефіцієнти кутів повороту кривошипа і переміщення повзуна будуть відповідно дорівнювати:

$$\mu_\varphi = \frac{2\pi}{(0-8)}, \frac{\text{рад}}{\text{мм}}; \quad \mu_S = \frac{H}{(S_{max})}, \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

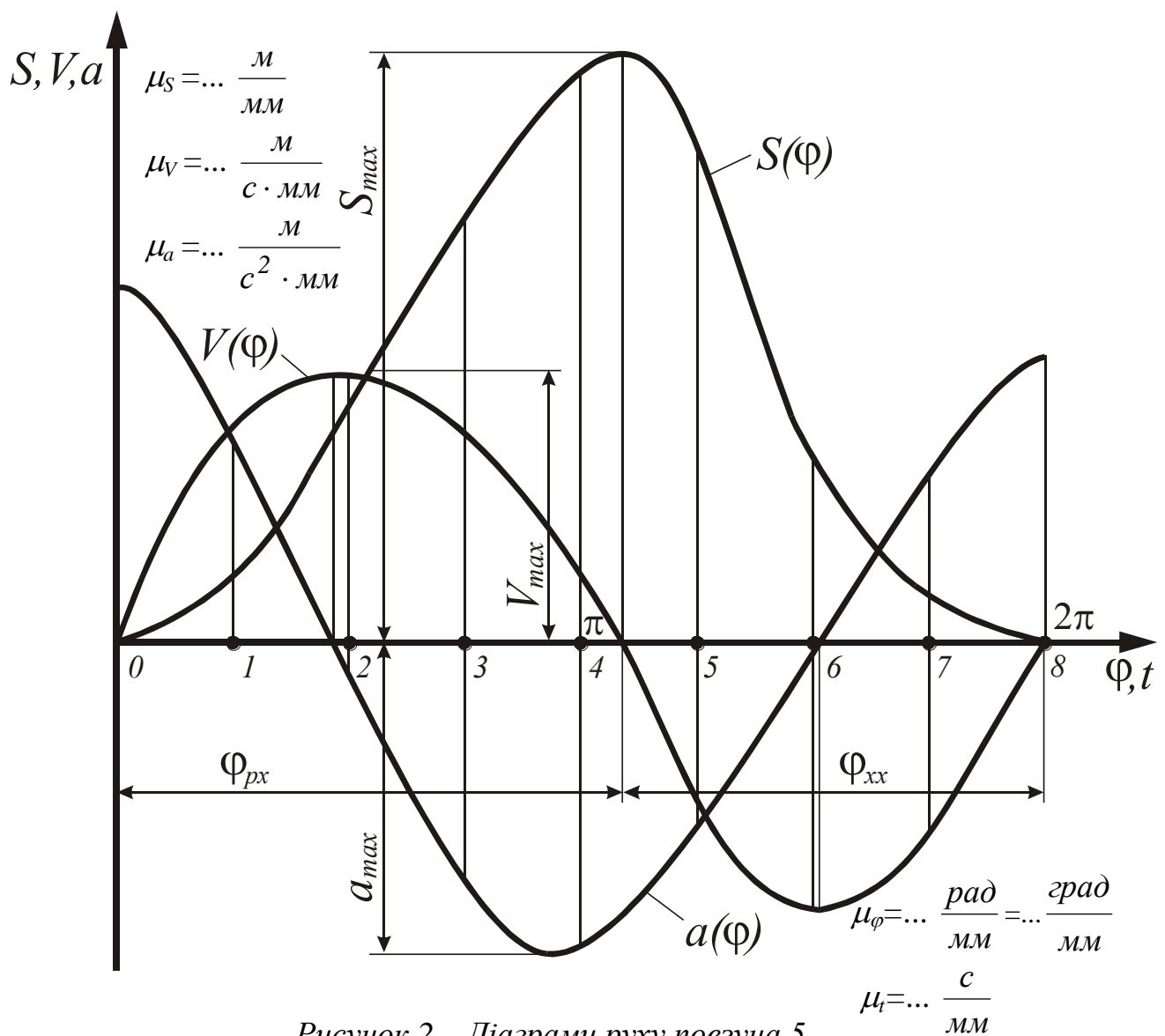


Рисунок 2 – Діаграми руху повзуна 5

Відрізок $(0-8)$ розбиваємо на 8 (за кількістю положень кривошипа) рі-

вних частин (0-1), (1-2), (2-3) і т.д., що відповідають рівним кутам повороту кривошипа (у даному випадку 45 °). Знайдені раніше значення переміщень S_i повзуна для кожного з положень кривошипа перекладаємо в масштаб μ_S :

$$(S_i) = \frac{S_i}{\mu_S}, \text{ мм, і відкладаємо отримані відрізки } (S_i) \text{ з відповідних точок осі}$$

абсцис 1, 2, 3, ..., 8 у вигляді ординат $(S_1), (S_2), (S_3), \dots, (S_8)$... Поєднуючи кінці цих відрізків плавною кривою, одержуємо шукану діаграму $S(\varphi)$. При рівності масштабних коефіцієнтів ($\mu_S = \mu_l$) побудова діаграми спрощується. Про побудову діаграм швидкості і прискорення повзуна 5, показаних на рисунку 2, буде сказано нижче.

У випадку побудови діаграми переміщень для точки, що має криволінійну траєкторію, наприклад, для точки S_4 , задаються прямокутною системою координат x - y із початком у нульовому положенні точки, проектують на ці координати переміщення точки, відраховуючи їх від нульового положення, і за отриманими проекціями переміщень будують два графіка $S_x(\varphi)$ і $S_y(\varphi)$ описаним вище способом.

При рівномірному обертанні кривошипа по осі абсцис (рис. 2) одночасно можна відраховувати і час t , тобто графік $S(\varphi)$ є також і функцією $S(t)$, але в іншому масштабі μ_t , що легко визначається на підставі того, що при рівномірному обертанні кривошипа час $t = \frac{\varphi}{\omega_I}$. Відносячи постійну ω_I до

$$\text{масштабу, одержуємо: } \mu_t = \frac{\mu_\varphi}{\omega_I}, \frac{с}{\text{мм}}.$$

Вище був розглянутий механізм, для якого можна задаватися рівномірною розміткою траєкторії головної точки A , оскільки в цьому механізмі розміри робочого φ_{px} і холостого φ_{xx} кутів повороту кривошипа відрізняються незначно. Проте існують механізми, для яких потрібно застосовувати різний крок розмітки траєкторії головної точки на ділянках робочого і холостого ходів. На рисунку 5,а показана кінематична схема механізму поперечно-стругального верстата, для якого бажано брати різний крок розмітки траєкторії точки A кривошипа 1 на ділянках робочого φ_{px} і холостого φ_{xx} кутів повороту кривошипа внаслідок великої різниці розмірів цих кутів. З рисунка очевидно, що для знаходження куту φ_{px} , на який повинен обернутися кривошип 1, щоб ланка 5 перемістилася на розмір робочого ходу H , і куту φ_{xx} ,

що відповідає зворотному ходу ланки 5, необхідно з точки O_2 провести дотичні до кола з радіусом O_1A . Ці дотичні відображають крайні положення куліси 3, що коливається навколо осі O_2 із кутом розмаху ψ . У цих положеннях кривошип розташовується перпендикулярно кулісі.

У даному випадку кожний із кутів φ_{px} і φ_{xx} ділиться на однакову (або різну) кількість рівних частин, що відповідають кроку розмітки, різної для φ_{px} і φ_{xx} . Отримані положення головної точки кривошипа розмічаються за напрямком обертання кривошипа. За прийнятою розміткою головної точки визначаються і розмічаються траєкторії інших точок механізму описаним вище методом засічок.

2 ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТЕЙ ТОЧОК І КУТОВИХ ШВИДКОСТЕЙ ЛАНОК МЕХАНІЗМУ МЕТОДОМ ПЛАНІВ

Знання швидкостей різноманітних точок і кутових швидкостей ланок механізмів необхідно для вирішення ряду питань кінематики і динаміки цих механізмів, зокрема, для визначення приведених сил і мас, розрахунку роботи і потужності машин і т.д.

Достатньо часто для визначення швидкостей точок механізмів використовується *метод планів швидкостей*, що заснований на вирішенні векторних рівнянь графічним шляхом. Цей метод знаходить досить широке застосування в інженерній практиці через його простоту і наочність, а також тому, що при відповідному виборі масштабу може бути забезпечена достатня точність.

Планом швидкостей (або прискорень) механізму називається масштабна побудова, у якій вектори абсолютних швидкостей (або прискорень) точок механізму виходять із однієї точки, що називається полюсом плану, а відрізки, що з'єднують кінці цих векторів, зображують відносні швидкості (або прискорення) точок. Полюс плану швидкостей прийнято позначати буквою p , а полюс плану прискорень – π . З цих визначень можна зробити висновок, що нульові вектори на планах зображуються точкою – *полюсом плану*.

При побудові планів швидкостей (або прискорень) виконується графічне вирішення векторних рівнянь, у процесі якого застосовується геометричне додавання векторів. Кінці векторів швидкостей $\bar{V}_A, \bar{V}_B, \bar{V}_C, \dots$ або прискорень $\bar{a}_A, \bar{a}_B, \bar{a}_C, \dots$ точок A, B, C, \dots механізму прийнято на планах швидкостей і прискорень позначати однойменними малими буквами a, b, c, \dots . Тому на планах вектори абсолютних швидкостей точок зображуються відрізками $\overline{pa}, \overline{pb}, \overline{pc}, \dots$; вектори прискорень – $\overline{pa}, \overline{pb}, \overline{pc}, \dots$, а вектори відносних швидкостей $\bar{V}_{BA}, \bar{V}_{CB}, \dots$ або відносних прискорень $\bar{a}_{BA}, \bar{a}_{CB}, \dots$ зображуються відрізками $\overline{ab}, \overline{bc}, \dots$. Це дозволяє не проставляти на планах вихідні позначення векторів, щоб не захаращувати креслення.

Розглянемо метод побудови планів швидкостей на прикладі кінематичного аналізу шестиланкового механізму, зображеного на рисунку 3 у масштабі μ , для якого відомі дійсні довжини l_i усіх ланок і кутова швидкість вхідної ланки $I - \omega_I$.

Знайдемо швидкості характерних точок механізму для заданого положення, обумовленого кутом φ_I^* (узагальнена координата механізму), що відраховується від нульового положення у бік обертання кривошипа I . Для деяких задач в механізмах з одним ступенем рухомості достатньо знайти кутову швидкість початкової ланки I . Будемо вважати, що $\omega_I = const$ для всіх положень механізму. Взагалі, вид функції зміни кутової швидкості головної ланки $\omega_I(t)$ залежить від сил, що діють на механізм. Але при кінематичному дослідженні сили не враховуються в розгляді і закон $\omega_I(t)$ залишається невідомим. Це змушує задаватися видом функції $\omega_I(t)$. Звичайно приймають найпростіший закон рівномірного обертання головної ланки $\omega_I = const$. Дійсні ж розміри і закон зміни кутів повороту кривошипа $\varphi_I(t)$, а отже, кутової швидкості $\omega_I(t)$ і кутового прискорення $\varepsilon_I(t)$ визначаються в динаміці машин і залежать від розподілу мас і сил, прикладених до ланок даної машини. І якщо при динамічному дослідженні виявляється, що зміна швидкості $\omega_I(t)$ значно відрізняється від прийнятої в кінематиці $\omega_I = const$, то необхідно повторити кінематичне дослідження, уводячи дійсні значення ω_I для кожного положення механізму.

Розрахунок швидкостей точок механізму починають із визначення швидкості тієї точки вхідної ланки, що є центром обертальної кінематичної пари (шарніра), що пов'язує вхідну ланку з іншою рухомою ланкою механізму.

му. В аналізованому прикладі – це точка A , загальна для ланок 1 і 2. Оскільки кривошип 1 обертається навколо осі O_1 , то швидкість точки A визначається за формулою:

$$V_A = \omega_1 l_{O_1 A}, \frac{м}{с}. \quad (1)$$

Якщо задана частота обертання кривошипа n в оборотах за хвилину, то $\omega_1 = \frac{\pi n}{30}, \frac{рад}{с}$. Спрямовано вектор $\vec{V}_A \perp O_1 A$ у бік обертання кривошипа. Виберемо масштаб плану швидкостей.

У залежності від наявного на кресленні місця задаємося довжиною відрізка, що зображує вектор \vec{V}_A : $(pa) = 50 \dots 80$ мм. Тоді масштабний коефіцієнт плану швидкостей

$$\mu_V = \frac{V_A}{(pa)}, \frac{м}{с \cdot мм}. \quad (2)$$

Спочатку розмір відрізка (pa) вибираємо довільно, але такий, щоб μ_V утворився у вигляді “круглого” числа, зручного для розрахунків. Наприклад, якщо за формулою (2) утворився $\mu_V = 0,0432 \frac{м}{с \cdot мм}$, то приймаємо остаточно $\mu_V = 0,04 \frac{м}{с \cdot мм}$, а потім обов'язково уточнюємо довжину відрізка (pa) при прийнятому округленому значенні μ_V :

$$(pa) = \frac{V_A}{\mu_V}, мм.$$

Цей відрізок (pa) і буде показувати швидкість точки A при обраному масштабному коефіцієнті $\mu_V = 0,04 \frac{м}{с \cdot мм}$, його і відкладаємо з довільно обраного полюса p так, щоб вектор \overline{pa} був спрямований перпендикулярно $O_1 A$ в даному положенні кривошипа у бік його обертання (див. рис. 3 і 4, a). Швидкості всіх інших точок механізму знаходяться з двох умов, які враховують, що всі шарніри, які пов'язують деякі дві ланки, одночасно належать обом цим ланкам. Можливість упорядкування відповідних векторних рівнянь і визначає послідовність розгляду механізму.

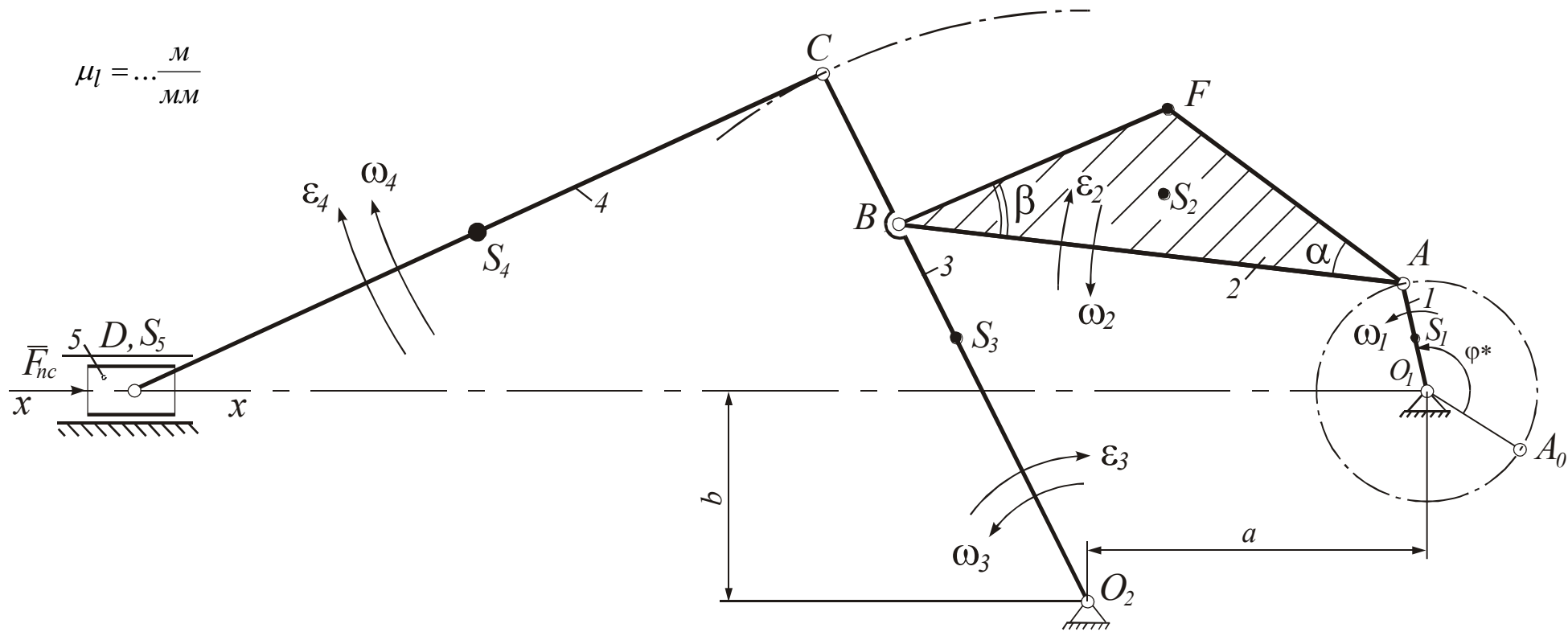


Рисунок 3 – План кривошипно-коромислового механізму

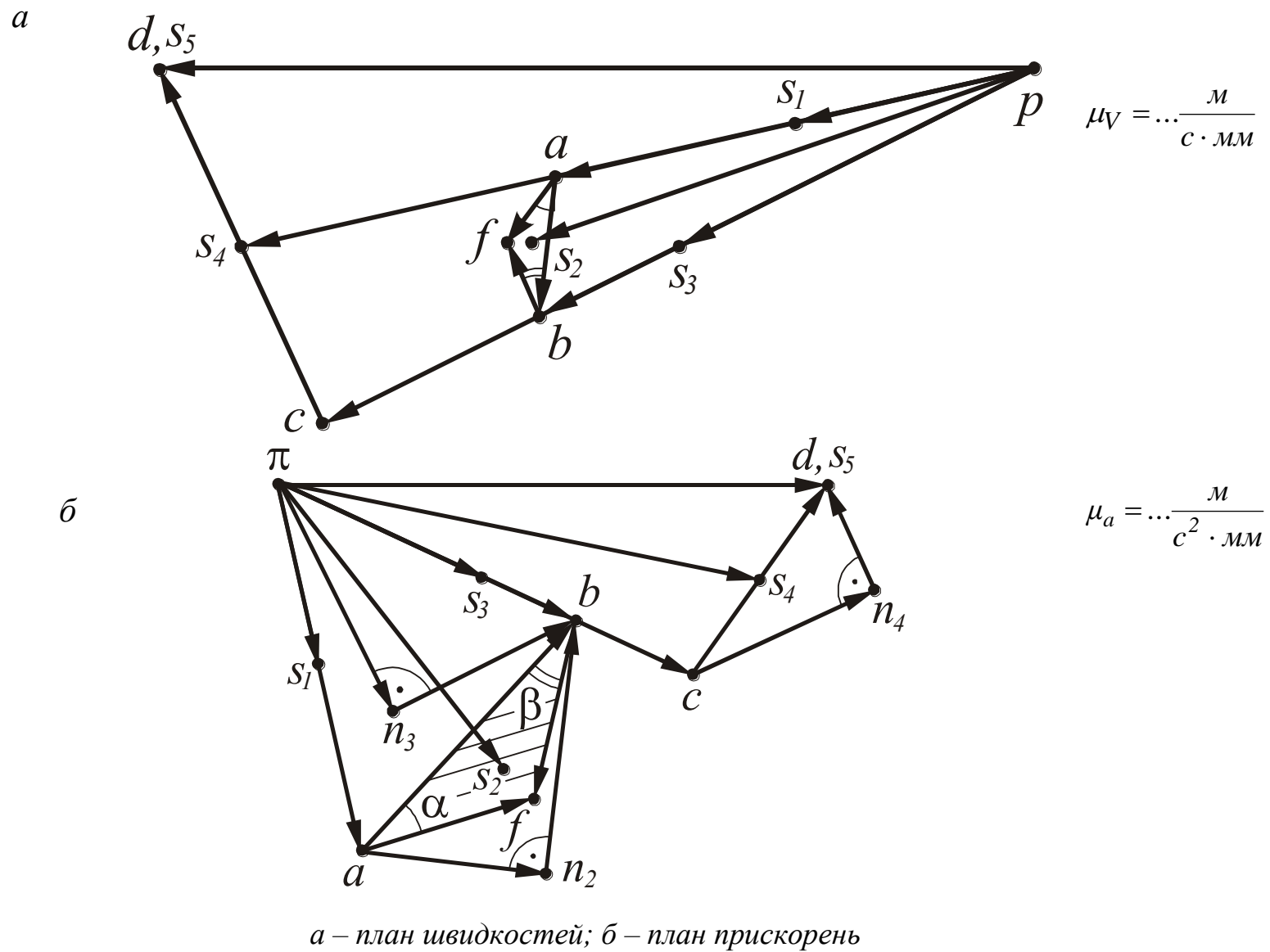


Рисунок 4 – Плани швидкостей і прискорень кривошипно-коромислового механізму

При виконанні кінематичного аналізу використовуються теореми класичної механіки про швидкості й прискорення точок плоскої фігури і теореми про надання швидкостей і прискорень точці, що знаходиться в складному русі. Широко використовуються також теореми подібності для планів швидкостей і прискорень, про які буде сказано нижче.

Швидкість точки B визначається з таких умов.

1 Розглянемо точку B , що належить ланці 2 (точка B є загальною для ланок 2 і 3), що здійснює плоский рух. З кінематики твердого тіла відомо, що плоский рух тіла може бути поданий таким, що складається з переносного поступального руху тіла разом із довільно обраною точкою (полюсом) і відносного обертання навколо полюса. Тому швидкість будь-якої точки ланки, що здійснює плоский рух, може бути виражена геометричною сумою швидкості полюса і швидкості її руху навколо цього полюса. У даному випадку, обравши за полюс точку A , швидкість якої вже відома, можемо записати векторне рівняння:

$$\overline{V_B}_{\perp O_2 B} = \overline{V_A}_{\perp O_1 A} + \overline{V_{BA}}_{\perp BA}, \quad (3)$$

де $\overline{V_{BA}}$ – вектор відносної швидкості точки B у її обертальному русі навколо полюса A , і тому вектор $\overline{V_{BA}} \perp BA$. Модуль $\overline{V_{BA}}$ поки невідомий.

У рівнянні (3) і далі вектор, відомий за розміром і напрямком, підкреслений двома лініями, а вектор, відомий тільки за напрямком, підкреслений однією лінією. Нижче підкреслюючих ліній зазвичай вказуються напрямки відповідних векторів, тому що це зручно для виконання побудов.

2 Тепер розглянемо точку B , що належить ланці 3. Ця ланка здійснює обертальний рух навколо осі O_2 , і тому вектор абсолютної швидкості будь-якої його точки спрямований перпендикулярно радіусу обертання $O_2 B$, отже, $\overline{V_B} \perp O_2 B$.

Відповідно до визначення плану швидкостей рівняння (3) можна записати й у відрізках плану в такому вигляді:

$$\overline{pb}_{\perp O_2 B} = \overline{pa}_{\perp O_1 A} + \overline{ab}_{\perp BA}. \quad (4)$$

Вирішуємо графічно векторне рівняння (3) або (4). Для цього через точку a плану швидкостей проводимо пряму лінію, перпендикулярну ланці AB плану механізму, а з полюса p – лінію $\perp O_2B$. Перетин цих прямих дає точку b , що задовольняє рівнянням (3) і (4). Вектори \overline{pb} і \overline{ab} спрямовують відповідно до правил додавання векторів (вони в прийнятому масштабі зображують шукані швидкості \overline{V}_B і \overline{V}_{BA}). З плану швидкостей визначають модулі абсолютних і відносних швидкостей точок:

$$V_B = (pb)\mu_v, \frac{M}{c}; \quad V_{BA} = (ab)\mu_v, \frac{M}{c}.$$

Вектори швидкостей інших точок механізму знаходяться аналогічно. Побудову їх будемо викладати менш детально.

Швидкість точки F , що належить ланці 2, визначається з таких умов:

1 Прийнявши за полюс точку A ланки 2, можна записати:

$$\overline{V}_F = \underbrace{\overline{V}_A}_{\perp O_1A} + \underbrace{\overline{V}_{FA}}_{\perp FA}. \quad (5)$$

2 Якщо прийняти за полюс точку B ланки 2, то справедливим буде рівняння:

$$\overline{V}_F = \underbrace{\overline{V}_B}_{\perp O_2B} + \underbrace{\overline{V}_{FB}}_{\perp FB}. \quad (6)$$

У результаті спільного графічного вирішення векторних рівнянь (5) і (6) визначимо швидкість \overline{V}_F . Для цього через точку a проводимо пряму $\perp AF$, а через точку b – пряму $\perp BF$ й у перетині цих прямих одержуємо точку f , що є рішенням рівнянь (5) і (6). Вектор \overline{V}_F абсолютної швидкості точки F зображується вектором \overline{pf} , а її модуль $V_F = (pf)\mu_v$. Вектори відносних швидкостей \overline{V}_{FA} і \overline{V}_{FB} зображені векторами \overline{af} і \overline{bf} відповідно. З виконаної побудови випливає, що Δabf плану швидкостей подібний до ΔABF плану механізму, тому що сторони цих трикутників взаємно перпендикулярні.

Швидкість точки C коромисла 3 визначається з пропорції, складеної на підставі положення механізму, відповідно до якого швидкість будь-якої точки обертового тіла пропорційна відстані від цієї точки до осі обертання.

Отже,

$$\frac{(O_2C)}{(O_2B)} = \frac{V_C}{V_B} = \frac{(pc)}{(pb)}, \quad (7)$$

звідки

$$V_C = V_B \frac{(O_2C)}{(O_2B)}, \frac{м}{с}$$

або у відрізках

$$(pc) = (pb) \frac{(O_2C)}{(O_2B)}, \text{ мм.}$$

Спрямовано вектор $\bar{V}_C \perp O_2C$ у той же бік, що і вектор \bar{V}_B , тобто $\bar{V}_C // \bar{V}_B$. Тому на плані швидкостей відкладаємо обчислений вектор \overline{pc} у напрямку \overline{pb} , тобто на його продовженні.

Швидкість точки D, загальної для ланок 4 і 5, знайдемо з таких умов:

1 Розглянемо точку *D*, що належить ланці 4, що здійснює плоский рух. Обравши за полюс точку *C*, можемо записати:

$$\frac{\bar{V}_D}{//x-x} = \frac{\bar{V}_C}{\perp O_2C} + \frac{\bar{V}_{DC}}{\perp DC}. \quad (8)$$

2 З іншого боку, точка *D* належить повзуну 5, що поступально рухається в горизонтальних напрямках, і здійснює разом із ним прямолінійний зворотно-поступальний рух уздовж лінії *x-x* (див. рис. 3). Отже, абсолютна швидкість точки *D* $\bar{V}_D // x-x$. Для графічного рішення рівняння (8) проводимо через точку *C* пряму лінію $\perp CD$, а з полюса *p* – пряму $// x-x$. Перетинання цих ліній дає точку *d*, а вектор \overline{pd} у масштабі зображує швидкість \bar{V}_D .

Таким чином побудований план швидкостей для заданого положення механізму. Він надає напрямку векторів абсолютних і відносних швидкостей, а для визначення дійсних розмірів цих швидкостей необхідно довжини відповідних відрізків плану в міліметрах помножити на масштабний коефіцієнт μ_v , наприклад: $V_D = (pd)\mu_v$; $V_C = (pc)\mu_v$; $V_{DC} = (cd)\mu_v$; і т.д. При побудові плану треба мати на увазі, що полюс *p* відображає всі нерухомі точки механізму.

Висновки. З проведених побудов можна вивести такі загальні для всіх механізмів властивості планів швидкостей:

1 Про напрямки векторів відносних швидкостей

Напрямки векторів відносних швидкостей точок на планах швидкостей обернені до порядку проходження індексів у їхніх позначеннях. Наприклад, відносна швидкість \bar{V}_{BA} (точки B навколо A) спрямована від a до b (рис. 4, a) і, навпаки, відносна швидкість \bar{V}_{AB} (точки A навколо B) спрямована від b до a . Аналогічно \bar{V}_{DC} спрямована від c до d , а \bar{V}_{CD} – від d до c і т. д. Внаслідок цієї подвійності векторів відносних швидкостей іноді на планах швидкостей їхні напрямки стрілкою не вказують. На рисунку 4, a напрямки векторів відносних швидкостей відповідають записаним векторним рівнянням.

2 Про розміри і напрямки кутових швидкостей ланок

Маючи план швидкостей, можна знайти кутову швидкість будь-якої ланки, що здійснює обертальний або плоский рух. Наприклад, величина кутової швидкості обертової ланки 3:

$$\omega_3 = \frac{V_B}{l_{O_2B}} = \frac{V_C}{l_{O_2C}}, \frac{\text{рад}}{c}. \quad (9)$$

Напрямок ω_3 знаходиться уявним переносом вектора \bar{V}_B (або \bar{V}_C) із плану швидкостей у відповідну точку B (або C) плану механізму і визначенням можливого повороту ланки 3 навколо точки O_2 при даному напрямку швидкості \bar{V}_B (або \bar{V}_C). Аналогічно визначаються кутові швидкості ω_2 і ω_4 ланок, що здійснюють плоский рух, але при цьому завжди використовують тільки відносні швидкості точок:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}}; \quad \omega_4 = \frac{V_{DC}}{l_{CD}}. \quad (10)$$

Напрямки ω_2 і ω_4 також знаходяться уявним переносом векторів відносних швидкостей \bar{V}_{BA} і \bar{V}_{DC} з плану швидкостей у відповідні точки B і D плану механізму і визначенням напрямків відносного повороту ланок 2 і 4 навколо обраних полюсів A і C при даних напрямках \bar{V}_{BA} і \bar{V}_{DC} (рис. 3 і 4). Варто пам'ятати, що $\omega_5 = 0$, оскільки повзун здійснює поступальний рух.

3 Теорема подібності плану швидкостей

Фігура, утворена прямими лініями, що з'єднують деякі точки тієї самої ланки на плані механізму, і фігура, утворена прямими лініями, що з'єднують кінці векторів абсолютних швидкостей цих точок на плані швидкостей, подібні, повернені одна щодо іншої на 90° і подібно розташовані. Це правило називають *теоремою подібності плану швидкостей*. Термін "подібно розташовані" означає, що одна фігура утворюється з іншої простим поворотом у площині без перевертання в просторі, тобто порядок проходження букв на схемі механізму і на плані швидкостей при обході по контуру фігури, наприклад, за рухом годинникової стрілки, повинен збігатися. Так, вище було показано, що ΔABF на плані механізму подібний до Δabf , отриманого на плані швидкостей.

Користуючись правилом подібності, можна знайти швидкості будь-яких точок механізму, наприклад: центрів ваги S_i ланок $V_{S_i} = (ps_i)\mu_V$. Так, якщо шатун 2 – однорідне тіло, то його центр ваги S_2 розташований у точці перетинання медіан ΔABF і для визначення швидкості \bar{V}_{S_2} потрібно провести медіани в Δabf , перетинання яких визначить кінець вектора $\overline{ps_2}$, що відповідає вектору \bar{V}_{S_2} . Швидкість точки S_4 можна визначити з пропорції:

$$\frac{(cs_4)}{(cd)} = \frac{(CS_4)}{(CD)}, \text{ звідки } (cs_4) = (cd)\frac{(cs_4)}{(cd)}. \quad (11)$$

Для визначення \bar{V}_{S_1} і \bar{V}_{S_3} використовують співвідношення, аналогічні виразу (11). Тоді $V_{S_1} = (ps_1)\mu_V$; $V_{S_2} = (ps_2)\mu_V$; $V_{S_3} = (ps_3)\mu_V$; $V_{S_4} = (ps_4)\mu_V$; $V_{S_5} = (ps_5)\mu_V = V_D$. Крім цього варто звернути увагу на те, що визначивши швидкості точок A і B , швидкість точки F можна було б визначити за теоремою подібності, побудувавши на стороні ab плану швидкостей Δabf подібний ΔABF за відомими кутами у вершинах A і B .

Для повного дослідження швидкостей точок механізму будують плани швидкостей для кожного з розмічених положень механізму. Результати побудов, вимірів і обчислень зводять до таблиці за формою таблиці 2.

Маючи дані таблиці 2, можна побудувати графіки залежності швидкості якоїсь точки механізму від куту повороту φ головної ланки або від часу

t , наприклад, точки D повзуна 5. Така діаграма $V(\varphi)$ для повзуна 5 показана на рисунку 2. Її побудова аналогічна побудові діаграми $S(\varphi)$, а її масштаб μ_v може відрізнятись від масштабу плану швидкостей або дорівнювати йому (тоді побудова спрощується). Для зручності порівняння діаграма швидкостей точки D $V(\varphi)$ поєднана з діаграмою переміщення $S(\varphi)$ і діаграмою прискорень цієї точки $a(\varphi)$. При побудові всіх цих діаграм за позитивний напрямок векторів \bar{S} , \bar{V} і \bar{a} приймають напрямок позитивних збільшень, рахуючи їх від початкового (нульового) положення аналізованої точки. Так, для точки D повзуна 5 аналізованого кривошипно-повзунного механізму (див. рис. 1) за нульове положення прийняте крайнє праве її положення D_0 . Отже, позитивні збільшення функції $S(\varphi)$ будуть спрямовані справа ліворуч. Тому за позитивні ординати графіків $S(\varphi)$, $V(\varphi)$ і $a(\varphi)$ варто брати вектори \bar{S}_{D_i} , \bar{V}_{D_i} і \bar{a}_{D_i} , спрямовані справа ліворуч. Вектори ж \bar{S}_{D_i} , \bar{V}_{D_i} і \bar{a}_{D_i} на планах механізму, на планах швидкостей і на планах прискорень, спрямовані в протилежний бік, повинні відкладатися у бік негативних ординат на відповідних діаграмах.

При побудові графіків $S(\varphi)$, $V(\varphi)$ і $a(\varphi)$ варто користуватися відомим методом визначення екстремальних значень функцій, за допомогою якого можна показати, що там, де графік функції $S(t)$ має максимум, графік її похідної $V(t)$ проходить через нуль, а екстремальним значенням графіка $V(t)$ відповідають точки перетину графіка $S(t)$ і т.д. (див. рис. 2). Маючи для точки D механізму графіки $S(\varphi)$, $V(\varphi)$ і $a(\varphi)$, можна за ними знайти значення S_{D_i} , V_{D_i} і a_{D_i} (при відомих μ_s , μ_v і μ_a) для будь-якого заданого положення механізму, обумовленого кутом φ повороту кривошипа I .

Таблиця 2 – Дані до побудови планів швидкостей

Величина № положення	S_D	V_A	(pb)	V_B	(ab)	V_{BA}	(pc)	V_C	(cd)	V_{DC}	(pd)	V_D	V_{S1}	$(ps2)$	V_{S2}	$(ps3)$	V_{S3}	$(ps4)$	V_{S4}	V_{S5}	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5				
	m	$\frac{m}{c}$	mm	$\frac{m}{c}$	mm	$\frac{m}{c}$	mm	$\frac{m}{c}$	mm	$\frac{m}{c}$	mm	$\frac{m}{c}$	$\frac{m}{c}$	mm	$\frac{m}{c}$	mm	$\frac{m}{c}$	mm	$\frac{m}{c}$	$\frac{m}{c}$	$\frac{rad}{c}$								
0		<i>const</i>											<i>const</i>							$= V_D$	<i>const</i>				0				
1																												0	
3																													0
4																													0
5																													0
6																													0
7																													0
8																													0

3 ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ ПЛАНІВ ШВИДКОСТЕЙ ДЛЯ КУЛІСНИХ МЕХАНІЗМІВ

Кулісними називають механізми, що мають повзуни (кулісні камені) на рухомих направляючих (кулісах) з обертальним або плоским рухом. Побудова планів швидкостей і, особливо, планів прискорень для таких механізмів має деякі особливості.

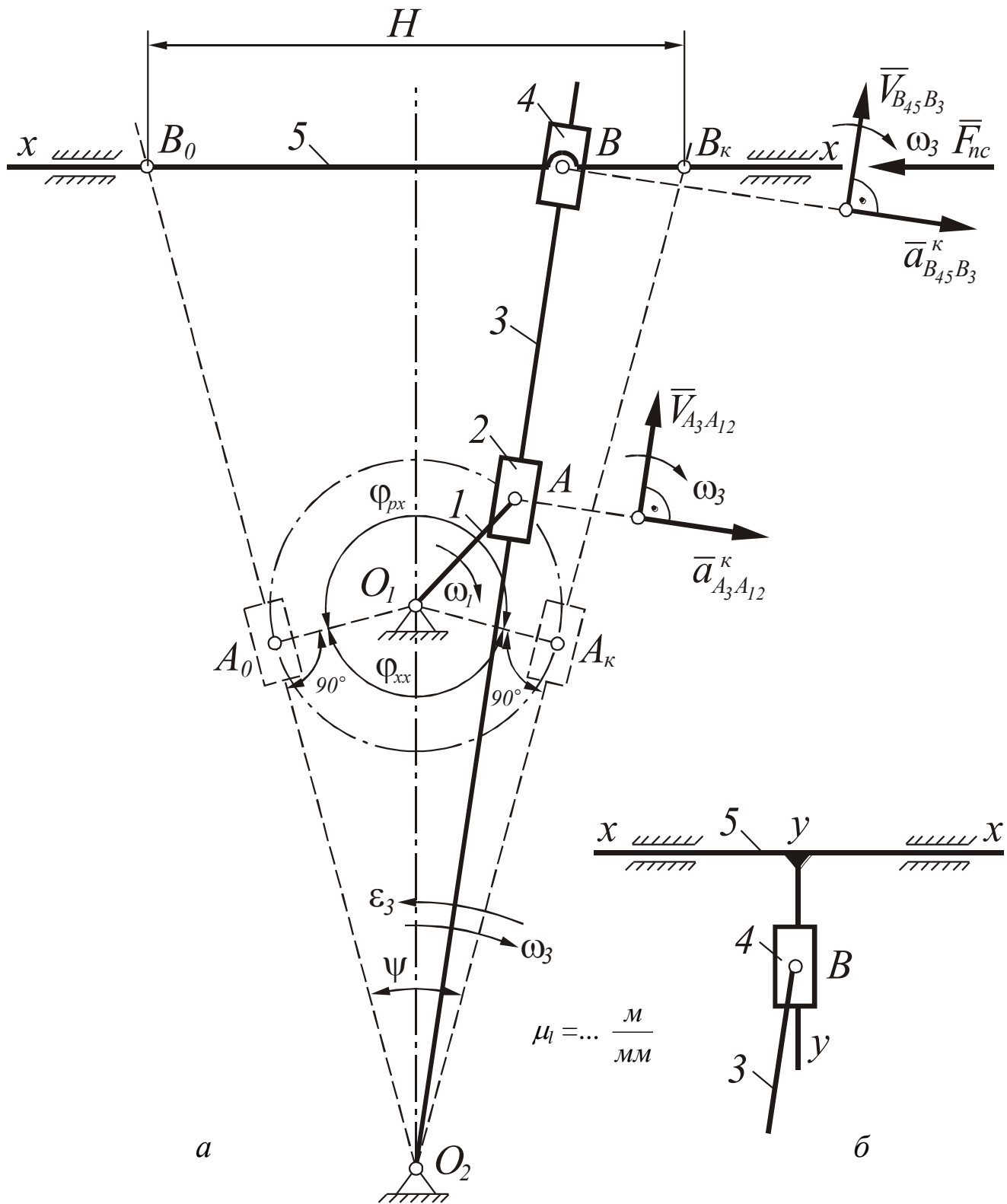
Побудова планів швидкостей покажемо на прикладі механізму поперечно-стругального верстата з двома повзунами (каменями) на направляючій ланці (кулісі) 3 (рис. 5, а). У таких механізмах варто розрізнити дві збіжні на стрижні, але приналежні різним ланкам точки A : A_{12} і A_3 , а також дві точки B : B_3 і B_{45} , що необхідно розглядати окремо. Цифри при буквах відповідають номерам ланок, яким ці точки належать, і питання про їхні цифри вирішується шляхом уважного аналізу схеми механізму. Так, точка A_{12} належить шарніру, що зв'язує кривошип 1 і камінь 2 і є їхньою загальною точкою (це вісь обертання каменя щодо кривошипа). Точка A_3 належить кулісам (цифри при буквах відповідають номерам ланок, яким ці точки належать). Очевидно, що ці точки мають різні абсолютні швидкості і, отже, мають відносні швидкості $\bar{V}_{A_3A_{12}}$ або $\bar{V}_{A_{12}A_3} = -\bar{V}_{A_3A_{12}}$, спрямовані уздовж ланки 3.

Швидкість точки A_{12} визначається за рівнянням (1). Вибір масштабного коефіцієнта плану швидкостей μ_v і вектора \overline{pa}_{12} , що зображує швидкість $\bar{V}_{A_{12}}$, здійснюється так само, як і в розглянутому вище прикладі.

Швидкість точки A_3 , що збігається в даний момент із точкою A_{12} , визначимо із двох умов, відомих із загальної механіки про переносний і відносний рух точок.

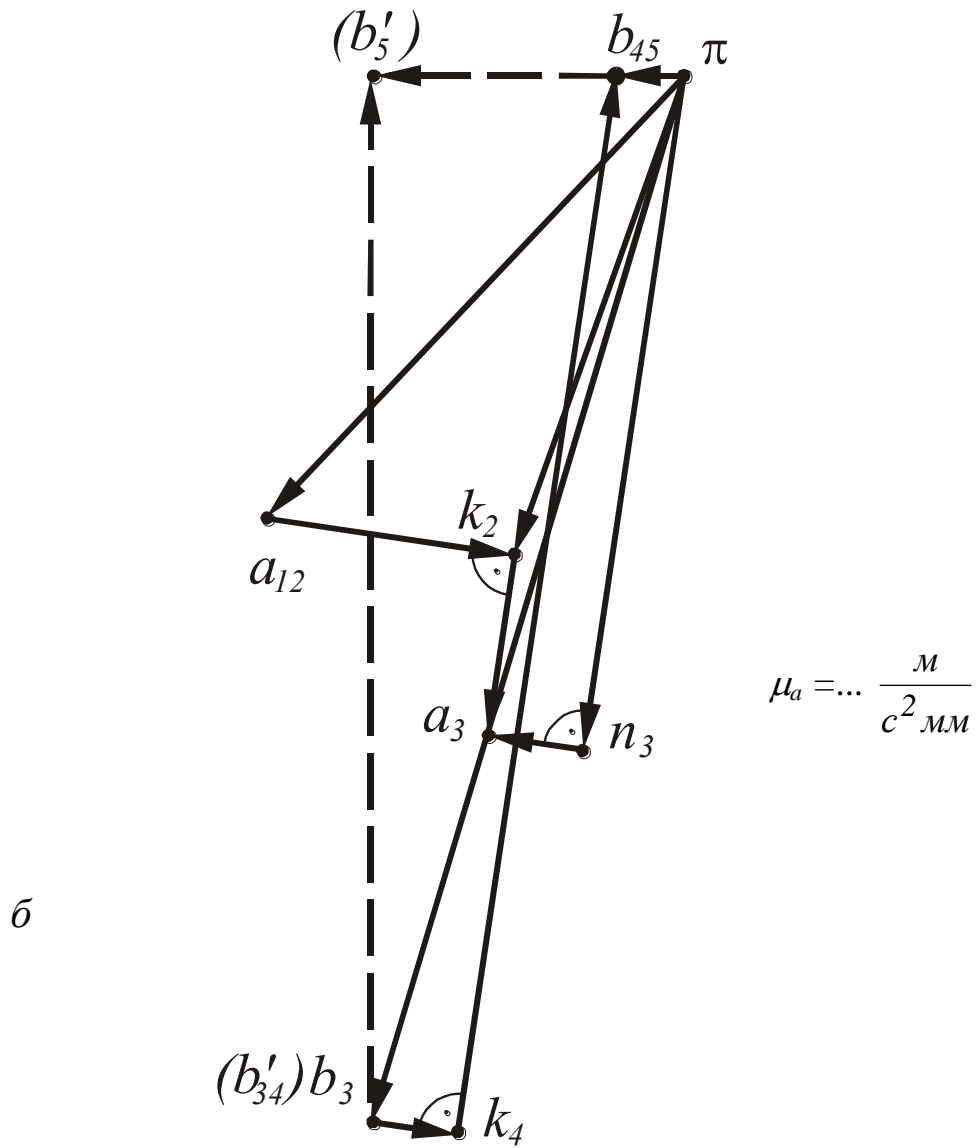
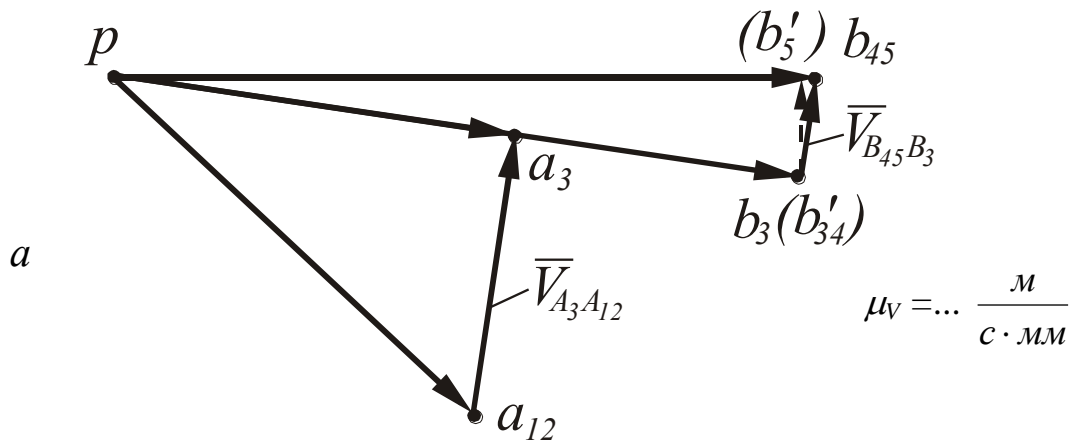
1 Розглядаючи рух точки A_3 разом із точкою A_{12} і щодо неї, запишемо:

$$\frac{\bar{V}_{A_3}}{\perp O_2 A} = \frac{\bar{V}_{A_{12}}}{\perp O_1 A} + \frac{\bar{V}_{A_3 A_{12}}}{// O_2 A} \quad (12)$$



a – із групою Ассура 4-го виду; *б* – із групою Ассура 5-го виду

Рисунок 5 – Плани кулісного механізму



a – план швидкостей; *б* – план прискорень

Рисунок 6 – Плани швидкостей і прискорень кулісного механізму

2 Точка A_3 обертається разом із ланкою 3 навколо осі O_2 , отже, вектор абсолютної швидкості цієї точки $\overline{V}_{A_3} \perp O_2A$. Реалізуємо графічно векторне рівняння (12). Для цього через точку a_{12} (рис. 6, а) плану швидкостей проводимо пряму $\parallel O_2A$, а з полюса p – лінію $\perp O_2A$. Перетин цих ліній дає точку a_3 , а вектор \overline{pa}_3 зображує в обраному масштабі швидкість \overline{V}_{A_3} .

Швидкість точки B_3 куліси 3 знайдемо з пропорції, аналогічної виразу (7), застосовуючи теорему подібності:

$$\frac{(O_2B)}{(O_2A)} = \frac{V_{B_3}}{V_{A_3}} = \frac{(pb_3)}{(pa_3)}, \text{ звідки } (pb_3) = (pa_3) \frac{(O_2B)}{(O_2A)}. \quad (13)$$

Відкладаємо вектор $\overline{pb}_3 \perp O_2B$ у напрямку \overline{pa}_3 на його продовженні. Кутову швидкість ланки 3 легко визначити за рівнянням:

$$\omega_3 = \frac{V_{A_3}}{l_{O_2A}} = \frac{(pa_3)\mu_V}{(O_2A)\mu_l} \text{ або } \omega_3 = \frac{V_{B_3}}{l_{O_2B}} = \frac{(pb_3)\mu_V}{(O_2B)\mu_l}. \quad (14)$$

Про напрямок ω_3 робимо висновок з напрямку вектора швидкості \overline{V}_{A_3} або \overline{V}_{B_3} .

Швидкість точки B_{45} , загальна для каменю 4 і штока 5 і збіжної в даний момент із точкою B_3 , знаходимо з двох умов аналогічно визначенню швидкості A_3 :

1 Розглядаючи рух точки B_{45} разом із точкою B_3 і щодо неї, можна записати:

$$\overline{V}_{B_{45}} = \overline{V}_{B_3} + \overline{V}_{B_{45}B_3}. \quad (15)$$

$\parallel x-x \quad \perp O_2B \quad \parallel O_2B$

2 Точка B_{45} переміщається по горизонталі разом із ланкою 5 паралельно лінії $x-x$ (рис. 5, а), тому що ланка 5 – шток, що переміщається в горизонтальних напрямляючих точки $\overline{V}_{B_{45}} \parallel x-x$.

Реалізуючи графічно векторне рівняння (15), проводимо через точку b_3 плану швидкостей лінію $\parallel O_2B$, а з полюса p – лінію $\parallel x-x$. Тоді точка b_{45} перетину цих ліній визначає кінець вектора \overline{pb}_{45} , що зображує абсолютну швидкість $\overline{V}_{B_{45}}$.

Значення відносних швидкостей $\bar{V}_{A_3A_{12}}$ і $\bar{V}_{B_{45}B_3}$ з побудованого плану швидкостей дорівнюватимуть:

$$V_{A_3A_{12}} = (a_{12}a_3)\mu_V, \frac{m}{c}; \quad V_{B_{45}B_3} = (b_3b_{45})\mu_V, \frac{m}{c}. \quad (16)$$

Якщо камінь 4 з'єднати шарніром B не з ланкою 5, а з кулісами 3 і забезпечити можливість його переміщення уздовж прямолінійної направляючої $y-y$ ланки 5 (рис. 5, б), то рух каменю 4 можна уявити складеним із двох прямолінійних поступальних рухів: разом із ланкою 5 (тепер кулісою) і щодо нього (за умови, що інша частина механізму залишилася без змін, як на рис. 5, а). У новому варіанті механізму, у відмінності від вищерозглянутого, точка B_{34} є загальною для куліси 3 і каменю 4 (це вісь обертання каменю щодо куліси), тому $\bar{V}_{B_4} = \bar{V}_{B_3}$ і $\overline{pb'}_{34}$ на плані відтворює $\bar{V}_{B_{34}}$.

Швидкість точки B_5 , що збігається в даний момент із точкою B_{34} і приналежить кулісі 5, що здійснює поступальний рух паралельно лінії $x-x$, визначимо за рівнянням:

$$\frac{\bar{V}_{B_5}}{\parallel x-x} = \frac{\bar{V}_{B_{34}}}{\perp O_2B} + \frac{\bar{V}_{B_5B_{34}}}{\parallel y-y}.$$

Вирішуючи графічно це рівняння, проводимо через точку (b'_{34}) лінію $\parallel y-y$ (на рис. 6, а проведена пунктиром), а з полюса p – лінію $\parallel x-x$. Перетин цих ліній дає точку (b'_5) , що є кінцем вектора $\overline{pb'}_5$, що зображує швидкість \bar{V}_{B_5} .

Для вирішення задач кінематики будь-якого плоского механізму II класу необхідно вміти будувати плани швидкостей різноманітних елементарних механізмів. Необхідні векторні рівняння і методика побудови планів швидкостей для найбільш поширених із цих механізмів подані в додатку А.

4 ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕНЬ ТОЧОК І КУТОВИХ ПРИСКОРЕНЬ ЛАНОК МЕХАНІЗМУ МЕТОДОМ ПЛАНІВ

Знання прискорень точок і кутових прискорень ланок механізмів необхідно для вирішення ряду питань кінематики цих механізмів, для визначення динамічних навантажень на ланки, для з'ясування нерівномірності руху, зрівноважування машин і т.д.

Найбільш універсальним, простим і наочним методом визначення прискорень у механізмах є *метод планів прискорень*, що дозволяє знайти прискорення будь-якої точки механізму в аналізованому його положенні. Побудуємо план прискорень механізму, показаного на рисунку 3, у положенні, заданому кутом φ^* , для якого вже побудований план швидкостей (див. рис. 4, а) у масштабі μ_v .

Розрахунок прискорень (як і швидкостей) почнемо із визначення прискорення точки A вхідної ланки, що є загальною точкою кривошипа I і шатуна 2.

Прискорення точки A кривошипа I , що здійснює обертальний рух, визначається геометричною сумою нормального і дотичного прискорень:

$$\bar{a}_A = \underbrace{\bar{a}_A^n}_{//AO_1} + \underbrace{\bar{a}_A^\tau}_{\perp AO_1} . \quad (17)$$

Оскільки прийнято $\omega_I = const$, то $\varepsilon_I = 0$ і $a_A^\tau = \varepsilon_I l_{O_1A} = 0$. Тоді $\bar{a}_A = \bar{a}_A^n$ і їхні модулі $a_A = a_A^n = \omega_I^2 l_{O_1A}$, $\frac{M}{c^2}$. Спрямовано вектор $\bar{a}_A = \bar{a}_A^n$ уздовж ланки O_1A (див. рис. 3) від точки A до центру його обертання O_1 , як зазначено стрілкою в рівнянні (17).

Обравши полюс π (рис. 4, б) плану прискорень, зображуємо вектор \bar{a}_A відрізком (πa) , спрямованим $//O_1A$ від A до O_1 . Довжину відрізка (πa) і масштабний коефіцієнт μ_a плану прискорень вибираємо, керуючись тими ж принципами, що і при виборі (pa) і μ_v у плані швидкостей, прийнявши зручне значення μ_a , $\frac{M}{c^2 \text{ мм}}$, обов'язково уточнюємо (πa) :

$$(\pi a) = \frac{a_A}{\mu_a}, \text{ мм.}$$

Прискорення точки B , загальної для ланок 2 і 3, визначається з двох умов:

1 Розглядаємо точку B , що належить ланці 2, що здійснює плоский рух. Як і у випадку визначення швидкостей, розкладаємо плоский рух ланки 2 на переносний поступальний рух разом із точкою, обраною за полюс, і відносний обертальний рух навколо цього полюса. Тоді повне прискорення якоїсь точки ланки 2 буде дорівнювати геометричній сумі переносного прискорення полюса і відносного прискорення точки в русі навколо полюса. Обравши за полюс точку A ланки 2, прискорення якої уже відомо, запишемо рівняння для визначення прискорення точки B :

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA},$$

або

$$\bar{a}_B = \underbrace{\bar{a}_A}_{//AO_1} + \underbrace{\bar{a}_{BA}^n}_{//BA} + \underbrace{\bar{a}_{BA}^\tau}_{\perp BA}, \quad (18)$$

де $\bar{a}_{BA} = \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau$ – вектор повного відносного прискорення точки B у її обертальному русі разом із ланкою 2 навколо точки A ;

\bar{a}_{BA}^n і \bar{a}_{BA}^τ – нормальна і дотична складові відносного прискорення \bar{a}_{BA} ($\bar{a}_{BA}^n \perp \bar{a}_{BA}^\tau$).

У рівнянні (18) вектор \bar{a}_{BA}^n спрямований уздовж лінії AB плану механізму від точки B до центру відносного обертання A , а вектор $\bar{a}_{BA}^\tau \perp AB$. Значення a_{BA}^n визначаємо за формулами:

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB} \quad \text{або} \quad a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}}, \frac{m}{c^2}.$$

Кутова швидкість ω_2 і відносна швидкість V_{BA} визначаються з плану швидкостей.

Прийнято кінці векторів усіх нормальних складових відносних прискорень позначати на планах прискорень буквою n із цифровими індексами,

що відповідають номеру аналізованої ланки. Тоді векторне рівняння (18) можна записати у відрізках плану прискорень:

$$\overline{\pi b} = \overline{\pi a} + \overline{an_2} + \overline{n_2 b}. \quad (19)$$

$$\begin{matrix} //AO_1 & //BA & \perp BA \end{matrix}$$

У рівнянні (19) вектор $\overline{\pi b}$ відповідає вектору $\overline{a_B}$, вектор $\overline{\pi a}$ – вектору $\overline{a_A}$, вектор $\overline{an_2}$ – вектору $\overline{a_{BA}^n}$ і вектор $\overline{n_2 b}$ – вектору $\overline{a_{BA}^\tau}$. Довжина відрізка (an_2) на плані буде дорівнювати:

$$(an_2) = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a}, \text{ мм.}$$

2 Розглядаємо точку B , що належить ланці 3, що здійснює обертальний рух навколо осі O_2 . Тоді повне прискорення точки B буде дорівнювати:

$$\overline{a_B} = \overline{a_B^n} + \overline{a_B^\tau} \quad (20)$$

$$\begin{matrix} //BO_2 & \perp BO_2 \end{matrix}$$

або у відрізках плану

$$\overline{\pi b} = \overline{\pi n_3} + \overline{n_3 b}. \quad (21)$$

$$\begin{matrix} //BO_2 & \perp BO_2 \end{matrix}$$

Вектор нормального прискорення $\overline{a_B^n}$ спрямований уздовж лінії O_2B на плані механізму від B до O_2 , а його модуль $a_B^n = \omega_3^2 l_{O_2B}$. Довжина відрізка, що зображує вектор $\overline{a_B^n}$ на плані прискорень, буде $(\pi n_3) = \frac{a_B^n}{\mu_a}$, мм. Вектор $\overline{a_B^\tau} \perp O_2B$.

Вирішимо графічно систему двох векторних рівнянь (18) і (20) або (19) и (21). Відповідно до рівняння (19) із точки a плану прискорень (див. рис. 4, б) відкладаємо відрізок $(\overline{an_2}) // BA$ по напрямку від B до A і через кінець вектора $\overline{an_2}$ проводимо лінію $\perp AB$. За рівнянням (21) із полюса π відкладаємо відрізок $(\pi n_3) // BO_2$ по напрямку от B до O_2 і через точку n_3 проводимо пряму $\perp BO_2$. Перетин цієї прямої з лінією, проведеною через точку

$n_2 \perp AB$, дає точку b , що є рішенням системи рівнянь (19) і (21). Вектор $\overline{\pi b}$ зображує абсолютне прискорення \overline{a}_B точки B , його модуль $a_B = (\pi b)\mu_a$. Вектор \overline{ab} зображує повне відносне прискорення \overline{a}_{BA}^n . При реалізації рівняння (20) вектор \overline{a}_B^n відкладаємо з полюса π , тому що цей вектор є нормальною складовою абсолютного прискорення точки B , а не відносного прискорення (по визначенню плану вектори всіх абсолютних прискорень точок виходять із полюса). З плану:

$$a_{BA} = (ab)\mu_a; \quad a_{BA}^\tau = (n_2b)\mu_a; \quad a_B^\tau = (n_3b)\mu_a.$$

Прискорення точки F ланки 2 визначиться за відомими прискореннями точок A і B із таких двох рівнянь, що аналогічні рівнянню (18):

1 Обравши за полюс точку A , можна записати:

$$\overline{a}_F = \overline{a}_A + \overline{a}_{FA}^n + \overline{a}_{FA}^\tau. \quad (22)$$

Значення $a_{FA}^n = \omega_2^2 l_{AF}$, а його зображення на плані $(an'_2) = \frac{a_{FA}^n}{\mu_a}$.

Спрямовано вектор $\overline{an'_2} // FA$ від точки F до точки A . Вектор $\overline{a}_{FA}^\tau \perp FA$.

2 Обравши за полюс точку B , запишемо:

$$\overline{a}_F = \overline{a}_B + \overline{a}_{FB}^n + \overline{a}_{FB}^\tau. \quad (23)$$

Значення $a_{FB}^n = \omega_2^2 l_{BF}$, а його зображення на плані $(bn''_2) = \frac{a_{FB}^n}{\mu_a}$.

Спрямовано вектор $\overline{bn''_2} // FB$ від F до B , а вектор $\overline{a}_{FB}^\tau \perp FB$.

Вирішуємо графічно систему векторних рівнянь (22) і (23). За рівнянням (22) із точки a відкладаємо вектор $\overline{an'_2} // FA$ і через його кінець n'_2 проводимо лінію $\perp FA$. За рівнянням (23) із точки b відкладаємо відрізок $(\overline{bn''_2}) // FB$ і через точку n''_2 проводимо пряму $\perp FB$.

Перетин прямих, проведених через точки n'_2 і n''_2 , дає точку f , що є кінцем вектора $\overline{\pi f}$, що зображує в масштабі прискорення \overline{a}_F , його розмір $a_F = (\pi f)\mu_a$.

Прискорення точки C ланки 3 визначиться на підставі положення теоретичної механіки про те, що прискорення всіх точок обертового тіла пропорційні їхнім відстаням від осі обертання й утворюють у даний момент часу той самий кут із радіусами обертання. Отже, можна записати пропорцію, аналогічну виразу (7):

$$\frac{O_2C}{O_2B} = \frac{a_c}{a_b} = \frac{(\pi c)}{(\pi b)}, \text{ звідки } (\pi c) = (\pi b) \frac{O_2C}{O_2B}, \text{ мм.}$$

Значення прискорення $a_c = (\pi c)\mu_a$. Спрямовано вектор $\overline{a}_C // \overline{a}_B$ і в той же бік, тому з полюса відкладаємо $\overline{\pi c}$ на продовженні $\overline{\pi b}$.

Прискорення точки D , загальної для ланок 4 і 5, визначиться з двох умов:

1 Розглянемо точку D , що належить ланці 4, що здійснює плоский рух. Приймаючи за полюс точку C , аналогічно рівнянню (18), можемо записати:

$$\overline{a}_D \underset{// x-x}{=} \overline{a}_C \underset{// DC}{=} \overline{a}_{DC}^n \underset{\perp DC}{=} \overline{a}_{DC}^\tau. \quad (24)$$

Розмір нормального прискорення $a_{DC}^n = \omega_4^2 l_{CD}$; його зображення на плані прискорень $(cn_4) = \frac{a_{DC}^n}{\mu_a}$. Спрямовано вектор $\overline{cn_4} // DC$ від D до C , а вектор $\overline{a}_{DC}^\tau \perp DC$.

2 Точка D належить повзуну 5, що здійснює прямолінійний зворотно-поступальний рух уздовж $x-x$. Отже, вектор \overline{a}_D абсолютного прискорення точки $D // x-x$.

Вирішимо графічно рівняння (24). З точки C відкладаємо вектор $\overline{cn_4}$ у зазначеному напрямку і через його кінець n_4 проводимо лінію $\perp CD$. Потім із полюса π проводимо пряму $// x-x$. Перетин цих ліній дає точку d – кінець вектора $\overline{\pi d}$, що зображує прискорення \overline{a}_D . З отриманого плану прискорень

можна визначити для заданого положення механізму прискорення будь-якої його точки, наприклад:

$$a_D = (\pi d)\mu_a; \quad a_{DC}^\tau = (n_4 d)\mu_a; \quad a_{DC} = (cd)\mu_a \text{ і т.д.}$$

Висновки. З проведеної побудови можна вивести такі загальні для всіх механізмів властивості планів прискорень:

1 Про напрямки векторів відносних прискорень

Напрямки векторів відносних прискорень і їх складових на планах прискорень обернені до порядку проходження індексів у їхніх позначеннях. Вектор \bar{a}_{BA} відносного прискорення точки B навколо A спрямований від a до b (див. рис. 4, б). Це ж правило стосується і напрямків векторів його

складових \bar{a}_{BA}^n і \bar{a}_{BA}^τ . І, навпаки, \bar{a}_{BA} , \bar{a}_{BA}^n і \bar{a}_{BA}^τ спрямовані від b до a .

Внаслідок цієї подвійності напрямків відносних прискорень стрілки, що вказують на їхній напрямок, на планах прискорень іноді не ставлять.

2 Про розміри і напрямки кутових прискорень ланок

Маючи план прискорень, можна для даного положення механізму знайти кутове прискорення будь-якої ланки з обертальним або плоским рухом. Для цього необхідно розмір відповідного дотичного прискорення розділити на радіус обертання. Наприклад, кутове прискорення ланки 2, що здійснює плоский рух, в аналізованому положенні механізму дорівнює:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}}, \quad \frac{\text{рад}}{c^2}.$$

Для визначення напрямку кутового прискорення ланки необхідно вектор дотичного прискорення подумки перенести з плану прискорень до відповідної точки плану механізму і встановити можливий напрямок повороту ланки (під дією цього вектора) навколо центра його відносного обертання.

Наприклад, прискорення ε_2 спрямовано у бік дії вектора \bar{a}_{BA}^τ , прикладеного в точці B механізму і що намагається повернути ланку 2 навколо точки A , тобто в даному випадку за рухом годинникової стрілки (див. рис. 3 і 4, б). Аналогічно визначаються розміри і напрямки ε_3 і ε_4 :

$$\varepsilon_3 = \frac{a_B^\tau}{l_{O_2B}}; \quad \varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^\tau}{l_{CD}};$$

$\varepsilon_5 = 0$, тому що повзун рухається поступально.

3 Теорема подібності плану прискорень

Фігура, утворена прямими лініями, що з'єднують деякі точки тієї самої ланки на плані механізму, і фігура, утворена прямими лініями, що з'єднують кінці векторів абсолютних прискорень цих точок на плані прискорень, подібні і подібно розташовані. Це правило називають *теоремою подібності планів прискорень*. Термін “подібно розташовані” варто розуміти так само, як і для планів швидкостей. З теореми подібності випливає, що на плані прискорень Δabf пропорційний ΔABF на плані механізму і прискорення точки F ланки 2 можна було б знайти, побудувавши на стороні ab (див. рис. 4, б) Δabf , подібний ΔABF і подібно з ним розташований.

Користуючись правилами подібності, легко знайти прискорення будь-якої точки механізму, наприклад, прискорення центрів ваги ланок. Вони знаходяться аналогічно швидкостям центрів ваги із використанням співвідношень типу рівностей (11). З плану прискорень (див. рис. 4, б) очевидно, що ці прискорення будуть дорівнювати:

$$\begin{aligned} a_{S_1} &= (\pi s_1) \mu_a; \\ a_{S_2} &= (\pi s_2) \mu_a; \\ a_{S_3} &= (\pi s_3) \mu_a; \\ a_{S_4} &= (\pi s_4) \mu_a; \\ a_{S_5} &= (\pi s_5) \mu_a = a_D. \end{aligned}$$

Для повного дослідження прискорень у механізмі побудова планів прискорень виконується для кожного з розмічених положень механізму. Результати обчислень зручно зводити в таблицю за формою таблиці 3. Маючи дані такої таблиці, можна побудувати діаграму $a(\varphi)$ або $a(t)$ прискорень якоїсь точки механізму. Така діаграма $a(\varphi)$ для точки D повзуна 5 подана на рисунку 2, де вона сполучена з графіками $S(\varphi)$ і $V(\varphi)$ і будується аналогічно їм.

Таблиця 3 – Дані до побудови планів прискорень

Величина	a_A	a_{BA}^n	a_{BA}^τ	a_B^n	a_B^τ	a_B	a_C	a_{DC}^n	a_{DC}^τ	a_D	a_{S1}	a_{S2}	a_{S3}	a_{S4}	a_{S5}	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4
№ положення	$\frac{m}{c^2}$															$\frac{rad}{c^2}$			
0	<i>const</i>										<i>const</i>					0			
1																0			
3																0			
4																0			
5																0			
6																0			
7																0			
8																0			

Слід зазначити, що, маючи для якоїсь точки механізму, що здійснює прямолінійний рух, діаграму переміщення за часом $S(t)$, можна шляхом *графічного диференціювання* одержати похідні діаграми швидкості $V = \frac{dS}{dt}$ і

прискорення $a = \frac{d^2 S}{dt^2}$ і таким чином повністю провести кінематичне дослідження руху цієї точки, використовуючи так званий метод діаграм. Аналогічно при диференціюванні діаграми шляху $S(\varphi)$ за кутом повороту вхідної ланки (тобто за узагальненою координатою механізму) можна одержати

графіки $\frac{dS}{d\varphi}$ і $\frac{d^2 S}{d\varphi^2}$. Перша похідна $\frac{dS}{d\varphi}$ називається *аналогом швидкості* або

першою передатною функцією, а друга похідна $\frac{d^2 S}{d\varphi^2}$ – *аналогом прискорення* або *другою передатною функцією*.

Для оберненого переходу від однієї діаграми до іншої застосовують метод *графічного інтегрування*.

5 ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ ПЛАНІВ ПРИСКОРЕНЬ ДЛЯ КУЛІСНИХ МЕХАНІЗМІВ

Як уже відзначалося вище, головною особливістю таких механізмів (див. рис. 5, а) є те, що вони мають повзуни на рухомих направляючих. У цьому випадку *абсолютний рух* точок повзуна зручно розглядати геометрично складеним із *переносного руху* відповідної точки направляючої (куліси), із якою у даний момент збігається аналізована точка повзуна, і *відносного руху* повзуна по направляючій.

У теоретичній механіці доводиться, що у випадку *непоступального переносного руху* (наприклад, обертання) з'являється деяке додаткове або *коріолісове прискорення*. Вектор \bar{a}^k коріолісового прискорення точки дорівнює подвоєному векторному добутку кутової швидкості переносного руху $\bar{\omega}_e$ на відносну швидкість точки \bar{V}_r :

$$\bar{a}^k = 2\bar{\omega}_e \bar{V}_r .$$

Модуль коріолісового прискорення буде дорівнювати:

$$a^k = 2\omega_e V_r \sin(\bar{\omega}_e \wedge \bar{V}_r).$$

Для плоских механізмів кут між векторами $\bar{\omega}_e$ і \bar{V}_r завжди дорівнює 90° , і тому розмір коріолісового прискорення дорівнюватиме:

$$a^k = 2\omega_e V_r, \quad (25)$$

а напрямок \bar{a}^k можна знайти, повернувши вектор відносної швидкості \bar{V}_r на 90° у бік переносного обертання (за рухом або проти руху годинникової стрілки, у залежності від напрямку ω_e).

У випадку прямолінійних куліс абсолютне прискорення повзуна \bar{a} дорівнює геометричній сумі переносного прискорення \bar{a}_e в русі повзуна разом із кулісою, коріолісового прискорення \bar{a}^k і відносного прискорення \bar{a}_r в русі повзуна щодо куліси:

$$\bar{a} = \bar{a}_e + \bar{a}^k + \bar{a}_r. \quad (26)$$

Коріолісове прискорення дорівнює нулю, якщо $\omega_e = 0$ або $Vr = 0$, отже, $\bar{a}^k = 0$ у положеннях повернення повзуна куліс (коли $\omega_e = 0$) і в положеннях повернення повзуна (коли $Vr = 0$). Звичайно утворюється чотири таких положення механізму. При розкладанні плоского руху тіла, що ми застосовували у розділі 4, \bar{a}^k також дорівнює нулю, оскільки переносна частина руху в усіх тих випадках була поступальною.

Побудуємо план прискорень для заданого положення механізму поперечно-стругального верстата (див. рис. 5, а), для якого на рисунку б, а побудований план швидкостей. Даний механізм має два повзуна (камені) 2 і 4 на направляючій кулісі 3, що здійснює обертальний рух навколо осі O_2 .

Прискорення точки A_{12} і масштабний коефіцієнт плану прискорень μ_a визначаються аналогічно тому, як це було зроблено в розділі 4 при визначенні і побудові прискорення точки A кривошипа. З полюса π плану приско-

рень (див. рис. 6, б) відкладаємо // O_1A за напрямком від A до O_1 відрізок $(\pi a_{12}) = \frac{a_{A_{12}}}{\mu_a}$, мм, що зображує вектор прискорення $\bar{a}_{A_{12}}$.

Прискорення точки A_3 , що належить кулісі 3 і збіжної в даний момент часу з точкою A_2 повзуна 2, визначається з двох умов:

1 Розглядаємо рух точки A_3 разом із точкою A_{12} і щодо неї. Оскільки переносний рух точки A_3 є обертальним, то з'явиться коріолісово прискорення. Тоді для прискорення точки A_3 запишемо рівняння виду виразу (26):

$$\bar{a}_{A_3} = \underbrace{\bar{a}_{A_{12}}}_{//AO_1} + \underbrace{\bar{a}_{A_3A_{12}}^k}_{\perp O_2A} + \underbrace{\bar{a}_{A_3A_{12}}}_{//O_2A}, \quad (27)$$

де $\bar{a}_{A_3A_{12}}^k$ – коріолісове прискорення при русі точки A_3 щодо точки A_{12} ;

$\bar{a}_{A_3A_{12}}$ – відносне прискорення в русі точки A_3 щодо точки A_{12} .

Розмір коріолісового прискорення визначається за рівнянням (25), при цьому переносним рухом для повзуна 2 є обертання ланки 3, тобто $\omega_e = \omega_3$, а відносним рухом – переміщення повзуна 2 по прямолінійній направляючій 3 і, отже, відносна швидкість \bar{V}_r точки A_3 стосовно точки A_{12} дорівнює $\bar{V}_{A_3A_{12}}$. Тоді

$$a_{A_3A_{12}}^k = 2\omega_3 V_{A_3A_{12}}.$$

У цьому виразі чисельні значення ω_3 і $V_{A_3A_{12}}$ визначаються за формулами (14) і (16), а їхні напрямки – із плану швидкостей (див. рис. 5, а і 6, а).

Напрямок вектора $\bar{a}_{A_3A_{12}}^k$ визначаємо, повернувши вектор $\bar{V}_{A_3A_{12}}$, що на плані швидкостей зображується вектором $\overline{a_{12}a_3}$, на 90° у бік ω_3 (як показано на рис. 5, а). На плані прискорень (див. рис. 6, б) вектор $\bar{a}_{A_3A_{12}}^k$ будемо зображувати вектором $\overline{a_{12}k_2}$ (індекс при k позначає номер повзуна), тоді довжина відрізка $(a_{12}k_2)$ визначиться з рівняння:

$$(a_{12}k_2) = \frac{a_{A_3A_{12}}^k}{\mu_a}, \text{ мм.}$$

Оскільки відносний рух повзуна є прямолінійним, то вектор відносного прискорення $\bar{a}_{A_3A_{12}}$ спрямований уздовж куліси 3, по якій переміщується повзун 2. Розмір $a_{A_3A_{12}}$ поки невідомий.

2 Розглядаємо рух точки A_3 в її обертанні разом із ланкою 3 навколо осі O_2 . Тоді абсолютне прискорення точки A_3 буде дорівнювати:

$$\bar{a}_{A_3} = \underbrace{\bar{a}_{A_3}^n}_{//AO_2} + \underbrace{\bar{a}_{A_3}^\tau}_{\perp AO_2}. \quad (28)$$

Вектор нормального прискорення $\bar{a}_{A_3}^n$ спрямований уздовж ланки AO_2 механізму від точки A до O_2 . Його значення $a_{A_3}^n = \omega_3^2 l_{O_2A} = \omega_3^2 (O_2A) \mu_l$. Довжина відрізка, що зображує вектор $\bar{a}_{A_3}^n$ на плані прискорень,

$$(\pi n_3) = \frac{a_{A_3}^n}{\mu_a}, \text{ мм. Вектор } \bar{a}_{A_3}^\tau \perp O_2A.$$

Вирішимо графічно систему векторних рівнянь (27) і (28). Для цього відповідно до рівняння (27) на плані з точки a_{12} відкладемо вектор $\overline{a_{12}k_2} \perp O_2A$ у зазначеному на рисунку 5, a напрямку. Через кінець k_2 цього вектора проведемо пряму $// O_2A$. Потім за рівнянням (28) із полюса π відкладемо вектор $\overline{\pi n_3} // AO_2$ по напрямку від A до O_2 і через точку n_3 проведемо пряму $\perp O_2A$. Перетин цієї прямої із лінією, проведеною через точку k_2 , дає точку a_3 . Вектор $\overline{\pi a_3}$ зображує прискорення \bar{a}_{A_3} в масштабі μ_a . З плану прискорень:

$$a_{A_3} = (\pi a_3) \mu_a; \quad a_{A_3A_{12}} = (a_{12} a_3) \mu_a; \quad a_{A_3}^\tau = (n_3 a_3) \mu_a.$$

Кутове прискорення куліси $\varepsilon_3 = \frac{a_{A_3}^\tau}{l_{O_2A}} = \frac{a_{A_3}^\tau}{(O_2A)\mu_l}, \frac{рад}{с^2}$. Його напрям-

мок визначений за напрямком $\overline{a_{A_3}^\tau}$ (або $\overline{n_3a_3}$) і показаний на рисунку 5, а, звідки очевидно, що куліса 3 у даний момент обертається уповільнено, тому що напрямки ω_3 і ε_3 протилежні.

Прискорення точки B_3 куліси 3 можна знайти за теоремою подібності, користуючись пропорцією, аналогічною виразу (13):

$$\frac{O_2B}{O_2A} = \frac{a_{B_3}}{a_{A_3}} = \frac{(\pi b_3)}{(\pi a_3)}, \text{ звідки } (\pi a_3) = (\pi a_3) \frac{O_2B}{O_2A}.$$

Вектор $\overline{a_{B_3}}$ // $\overline{a_{A_3}}$ і однаково з ним спрямований, тому на плані з полюса π відкладаємо вектор $\overline{\pi b_3}$ по напрямку $\overline{\pi a_3}$. Модуль $a_{B_3} = (\pi b_3)\mu_a$.

Прискорення точки B_{45} , що є загальною для ланок 4 і 5, визначається аналогічно прискоренню точки A_3 із двох умов:

1 Розглянемо рух точки B_{45} разом із точкою B_3 і щодо неї. Оскільки переносний рух точки B_3 є обертальним, то виникає коріолісове прискорення і вираз для прискорення точки B_{45} буде мати вигляд:

$$\frac{\overline{a_{B_{45}}}}{\text{//x-x}} = \frac{\overline{a_{B_3}}}{\text{//x-x}} + \frac{\overline{a_{B_{45}B_3}^k}}{\perp O_2B} + \frac{\overline{a_{B_{45}B_3}}}{\text{//O}_2B}. \quad (29)$$

З огляду на те, що в даному випадку $\omega_e = \omega_3$ і $\overline{V}_r = \overline{V}_{B_{45}B_3}$, значення якої визначається за формулою (16), модуль коріолісового прискорення дорівнює:

$$a_{B_{45}B_3}^k = 2\omega_3 V_{B_{45}B_3}.$$

Довжина відрізка (b_3k_4) , що зображує $\overline{a_{B_{45}B_3}}$ на плані прискорень, буде дорівнювати:

$$(b_3k_4) = \frac{a_{B_{45}B_3}^k}{\mu_a}, \text{ мм.}$$

Напрямок вектора $\bar{a}_{B_{45}B_3}^k$ визначається поворотом вектора відносної швидкості $\bar{V}_{B_{45}B_3}$ на 90° у бік ω_3 (див. рис. 5, а).

Вектор відносного прискорення $\bar{a}_{B_{45}B_3}$ спрямований уздовж куліси O_2B , розмір його поки невідомий.

2 Розглядаємо рух точки B_{45} разом із ланкою 5, що здійснює прямолінійний зворотно-поступальний рух в горизонтальних напрямляючих уздовж $x-x$. Отже, абсолютне прискорення $\bar{a}_{B_{45}} // x-x$.

Вирішуємо графічно векторне рівняння (29). Для цього з точки b_3 (див. рис. 6, б) плану прискорень відкладаємо вектор $\overline{b_3k_4}$, що зображує $\bar{a}_{B_{45}B_3}^k$, у зазначеному на рисунку 5, а напрямку. Через кінець k_4 цього вектора проводимо лінію $\perp \overline{b_3k_4}$, а з полюса π – лінію $// x-x$. Точкою перетину цих ліній є точка b_{45} , а вектор $\overline{\pi b_{45}}$ зображує в масштабі шукане прискорення $\bar{a}_{B_{45}}$. Його значення $a_{B_{45}} = (\pi b_{45})\mu_a$. З побудованого плану можна визначити напрямки і чисельні значення прискорень будь-яких точок і кутових прискорень ланок механізму. Слід зазначити, що оскільки рух каменів 2 і 4 щодо куліси 3 поступальний, то $\omega_2 = \omega_3$ і $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$, а також $\omega_4 = \omega_3$ і $\varepsilon_4 = \varepsilon_3$.

В іншому варіанті кулісного механізму (див. рис. 5, б) переносним рухом для повзуна 4 є поступальний рух ланки 5, отже, $\omega_e = \omega_5 = 0$ і $\bar{a}^k = 0$. На відміну від розглянутого вище механізму, тут $\bar{a}_{B_4} = \bar{a}_{B_3}$ і на плані прискорень вектор $\overline{\pi b'_{34}}$ зображує $\bar{a}_{B_{34}}$, а прискорення точки B_5 у даному випадку можна знайти за рівнянням:

$$\frac{\bar{a}_{B_5}}{//x-x} = \frac{\bar{a}_{B_{34}}}{//x-x} + \frac{\bar{a}_{B_5B_{34}}}{//y-y}. \quad (30)$$

Прискорення Коріоліса в рівнянні (30) на відміну від рівняння (29) відсутні. Для графічного вирішення рівняння (30) необхідно на плані прискорень (див. рис. 6, б) через кінець вектора $\overline{\pi b'_{34}}$ провести паралельно $y-y$ лінію до перетину з лінією, проведеною з полюса π паралельно $x-x$. Точка перетину цих ліній і становить кінець вектора $\overline{\pi b'_5}$, що зображує прискорення

ня \bar{a}_{B_5} . На рисунку 6, б побудова за рівнянням (30) виконана пунктирною лінією. Значення прискорення $a_{B_5} = (\pi b'_5) \mu_a$.

Для вирішення задачі кінетостатики будь-якого плоского механізму II класу при виконанні курсового проекту необхідно вміти будувати плани прискорень різноманітних елементарних механізмів. У додатку Б наведені необхідні векторні рівняння і показана методика побудови планів прискорень найбільш поширених типів елементарних механізмів II класу.

6 ПРИКЛАД КІНЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ВАЖЛИВОГО МЕХАНІЗМУ

Проведемо кінематичний розрахунок кривошипно-повзунного механізму для заданого його положення.

6.1 Вихідні дані

Вихідними даними для розрахунку є:

- розміри ланок $l_{AB} = 0,1 \text{ м}$; $l_{BC} = 0,4 \text{ м}$; $e = 0,032 \text{ м}$;

- закон руху вхідної ланки: $\omega_1 = const$ (частота обертання кривошипа $n_1 = 100 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$);

- узагальнена координата механізму $\varphi_1 = 135^\circ$.

6.2 Плани механізму

Приймаємо масштабний коефіцієнт довжини $\mu_l = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$.

Визначаємо розміри ланок для виконання креслення:

$$(AB) = \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0,1}{0,004} = 25 \text{ мм};$$

$$(BC) = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,4}{0,004} = 100 \text{ мм};$$

$$(e) = \frac{e}{\mu_l} = \frac{0,032}{0,004} = 8 \text{ мм.}$$

За цими розмірами і кутом φ_l будуємо два крайніх і задані положення механізму (рис. 7, а) методом засічок (розд. 1). Вказуємо напрямок ω_l і визначаємо:

- кут робочого ходу кривошипа $\varphi_{px} = 185^\circ$;
- кут холостого ходу $\varphi_{xx} = 175^\circ$;
- повний хід повзуна z : $H = (C_0 C_k) \mu_l = 50 \cdot 0,004 = 0,2 \text{ м}$;
- переміщення повзуна $S = (C_0 C) \mu_l = 41 \cdot 0,004 = 0,164 \text{ м}$.

На рисунку 8 показана побудова планів аналізованого механізму для крайніх і кожного з восьми рівновіддалених (через 45°) положень кривошипа при тому ж μ_l .

6.3 Плани швидкостей

Розрахунок швидкостей починаємо з визначення швидкості точки B вхідної ланки:

$$V_B = \omega_l l_{AB},$$

$$\text{де } \omega_l = \frac{\pi n_l}{30} = \frac{3,14 \cdot 100}{30} = 10,47 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; l_{AB} = 0,1 \text{ м.}$$

$$\text{Тоді } V_B = 10,47 \cdot 0,1 = 1,047 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Вектор $\vec{V}_B \perp AB$ і спрямований у бік обертання кривошипа.

Виберемо масштаб побудови планів швидкостей. Призначимо попередньо довжину відрізка (pb) , що зображує швидкість \vec{V}_B : $(pb) = 50 \text{ мм}$. Тоді

$$\mu_V = \frac{V_B}{(pb)} = \frac{1,047}{50} = 0,021 \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}}.$$

Приймаємо: $\mu_V = 0,02 \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}}$ і визначаємо остаточно:

$$(pb) = \frac{V_B}{\mu_V} = \frac{1,047}{0,02} = 52,35 \text{ мм} \approx 52,5 \text{ мм}.$$

З довільно обраного полюса p (рис. 7, б) відкладаємо вектор $\overline{pb} \perp AB$ і спрямований у бік ω_1 .

Аналізуючи характер руху точок і ланок аналізованого механізму, складаємо векторне рівняння для визначення швидкості точки C :

$$\overline{V_C} = \overline{V_B} + \overline{V_{CB}} \cdot \quad (31)$$

//x-x $\perp AB$ $\perp CB$

Реалізуючи це рівняння графічно (розд. 2), побудуємо план швидкостей механізму для заданого його положення. З плану:

$$V_C = (pc)\mu_V = 45 \cdot 0,02 = 0,90 \frac{M}{c};$$

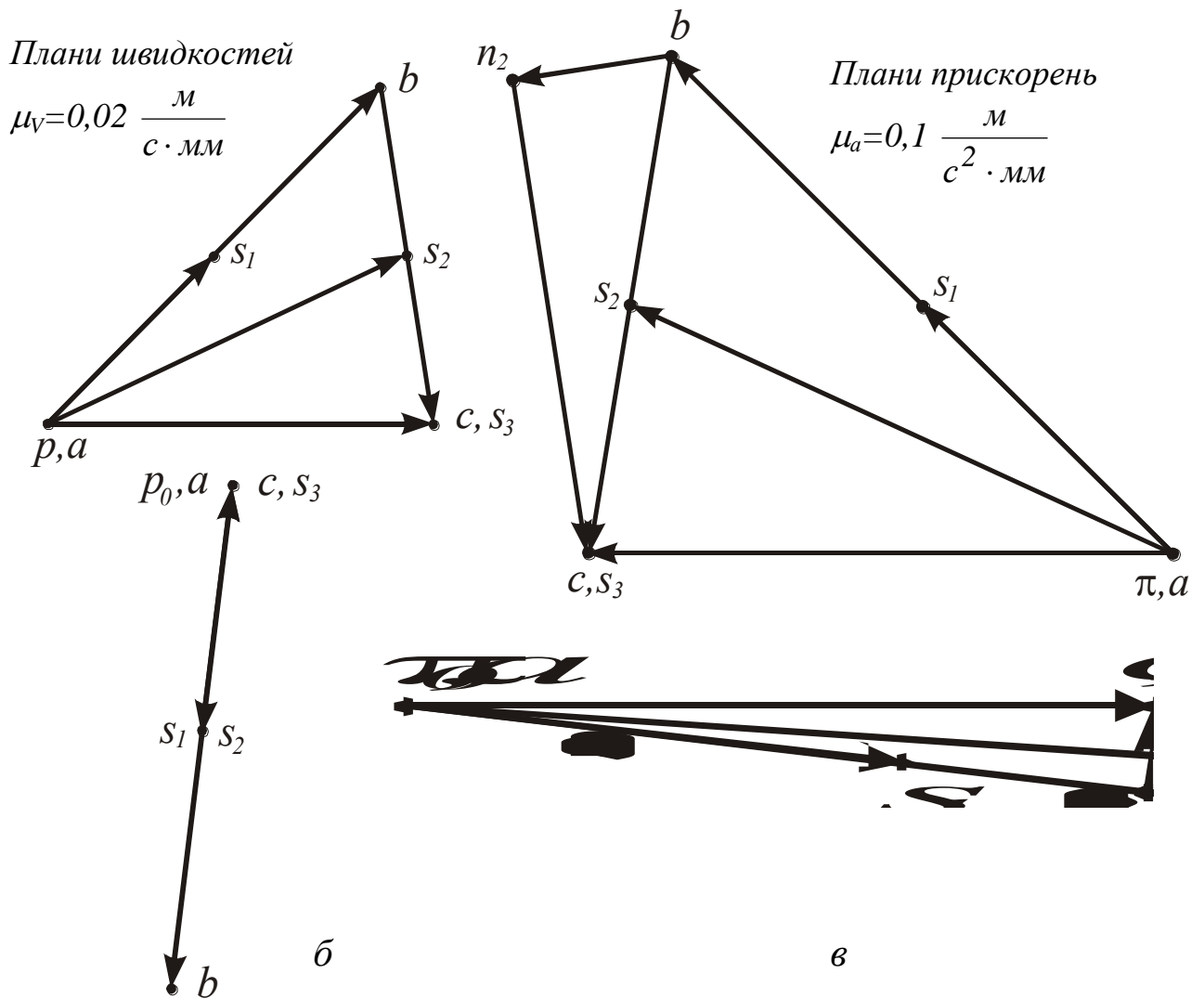
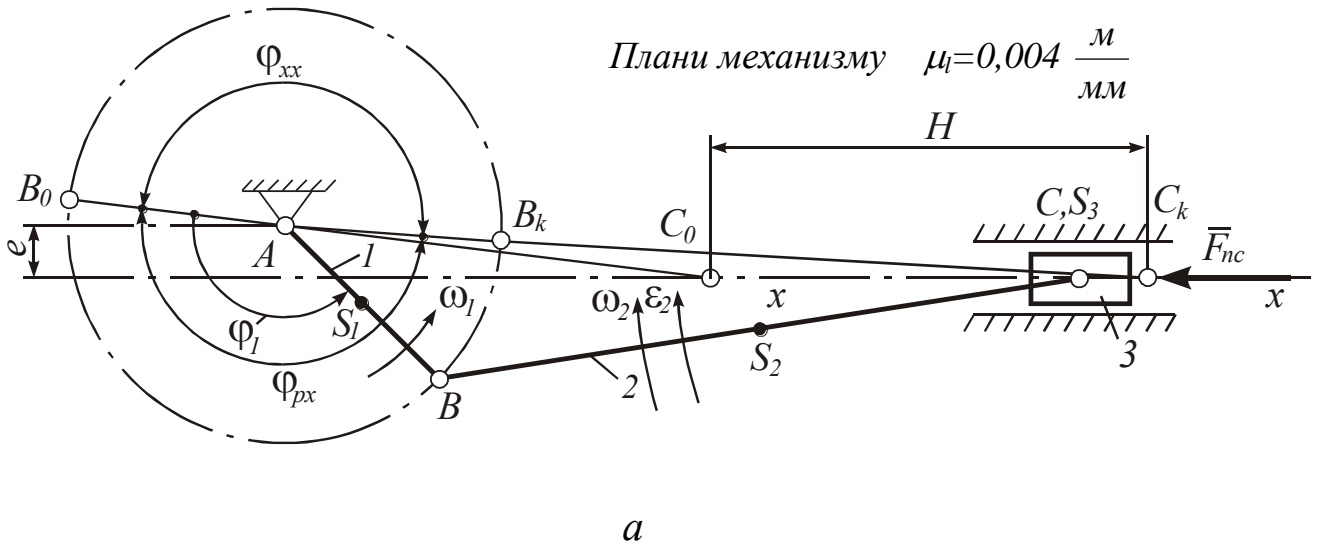
$$V_{CB} = (bc)\mu_V = 33 \cdot 0,02 = 0,66 \frac{M}{c}.$$

$$\text{Кутова швидкість ланки 2: } \omega_2 = \frac{V_{CB}}{l_{BC}} = \frac{0,66}{0,4} = 1,65 \frac{\text{рад}}{c}.$$

Напрямок ω_2 визначаємо, подумки переносячи вектор відносної швидкості $\overline{V_{CB}}$ (тобто \overline{bc}) із плану швидкостей у точку C плану механізму і спостерігаючи, у який бік цей вектор буде повертати шатун щодо умовно нерухомого центру обертання B . У цей бік і спрямована ω_2 . На плані механізму напрямки кутових швидкостей показують круговими стрілками (див. рис. 7, а). Значення кутових швидкостей і прискорень прийнято записувати з визначеним знаком: "+", якщо ω (або ε) спрямовані проти руху годинникової стрілки, й "-", якщо навпаки. У нашому випадку $\omega_2 = -1,65 \frac{\text{рад}}{c}$. Кутова

швидкість $\omega_3 = 0$, тому що ланка 3 – повзун, що рухається поступально

Швидкості центрів ваги ланок $\overline{V_{S_1}}$, $\overline{V_{S_2}}$ і $\overline{V_{S_3}}$ визначаємо, користуючись теоремою подібності. Оскільки центри ваги S_1 і S_2 знаходяться посередині ланок AB і BC , а S_3 збігається з точкою C , то на плані швидкостей відповідні їм точки знаходяться посередині відрізків (pb) і (bc) і в точці c . Тоді вектори $\overline{ps_1}$, $\overline{ps_2}$ і $\overline{ps_3} = \overline{pc}$ зображують шукані швидкості $\overline{V_{S_1}}$, $\overline{V_{S_2}}$ і $\overline{V_{S_3}} = \overline{V_C}$.



a – плани положень; *б* – плани швидкостей; *в* – плани прискорень

Рисунок 7 – Плани кривошипно-повзунного механізму

Слід зазначити, що рівняння (31) справедливе при побудові планів швидкостей для будь-яких положень механізму, у тому числі і для крайніх. З полюса p_0 (див. рис. 7, б) побудуємо план швидкостей для нульового положення, у якому лінії кривошипа AB і шатуна BC зливаються в одну лінію B_0C_0 . Необхідно звернути увагу на те, що тут $\bar{V}_C = 0$, тому що точка збігається з полюсом p_0 , але відносна швидкість $V_{CB} = (bc)\mu_V \neq 0$ і, отже, $\omega_2 \neq 0$ (часто помилково вважають, що в крайніх положеннях механізму $\omega_2 = 0$). Як очевидно з плану швидкостей, для даного положення механізму $\bar{bc} = -\overline{p_0b}$, а це значить, що $\bar{V}_{CB} = -\bar{V}_B$, і, отже, $|\bar{V}_{CB}| = |\bar{V}_B| = \omega_1 l_{AB}$.

Результати розрахунків зручно навести у вигляді таблиці 4, до якої і занесені всі отримані дані.

На рисунку 9 за рівнянням (31) виконані побудови планів швидкостей для кожного з розмічених на рисунку 8 положень аналізованого механізму.

6.4 План прискорень

Прискорення точки B рівномірного обертового кривошипа l $\bar{a}_B = \bar{a}_B^n$ (розд. 4), при цьому

$$a_B^n = \omega_1^2 l_{AB} = 10,47^2 \cdot 0,1 = 10,96 \frac{м}{с^2}.$$

Спрямовано вектор \bar{a}_B^n уздовж кривошипа від точки B до центра його обертання A . Зображувати \bar{a}_B^n на плані прискорень будемо вектором $\overline{\pi b}$, проведеним із довільно обраного полюса π у зазначеному вище напрямку (рис. 7, в), тобто $\overline{\pi b} // \overline{BA}$ (стрілка над BA показує конкретний напрямок, куди спрямований даний вектор – від B до A). Приймавши довжину $(\pi b) = 109,6$ мм, одержимо значення масштабного коефіцієнта плану прискорень:

$$\mu_a = \frac{a_B}{(\pi b)} = \frac{10,96}{109,6} = 0,1 \frac{м}{с^2_{мм}}.$$

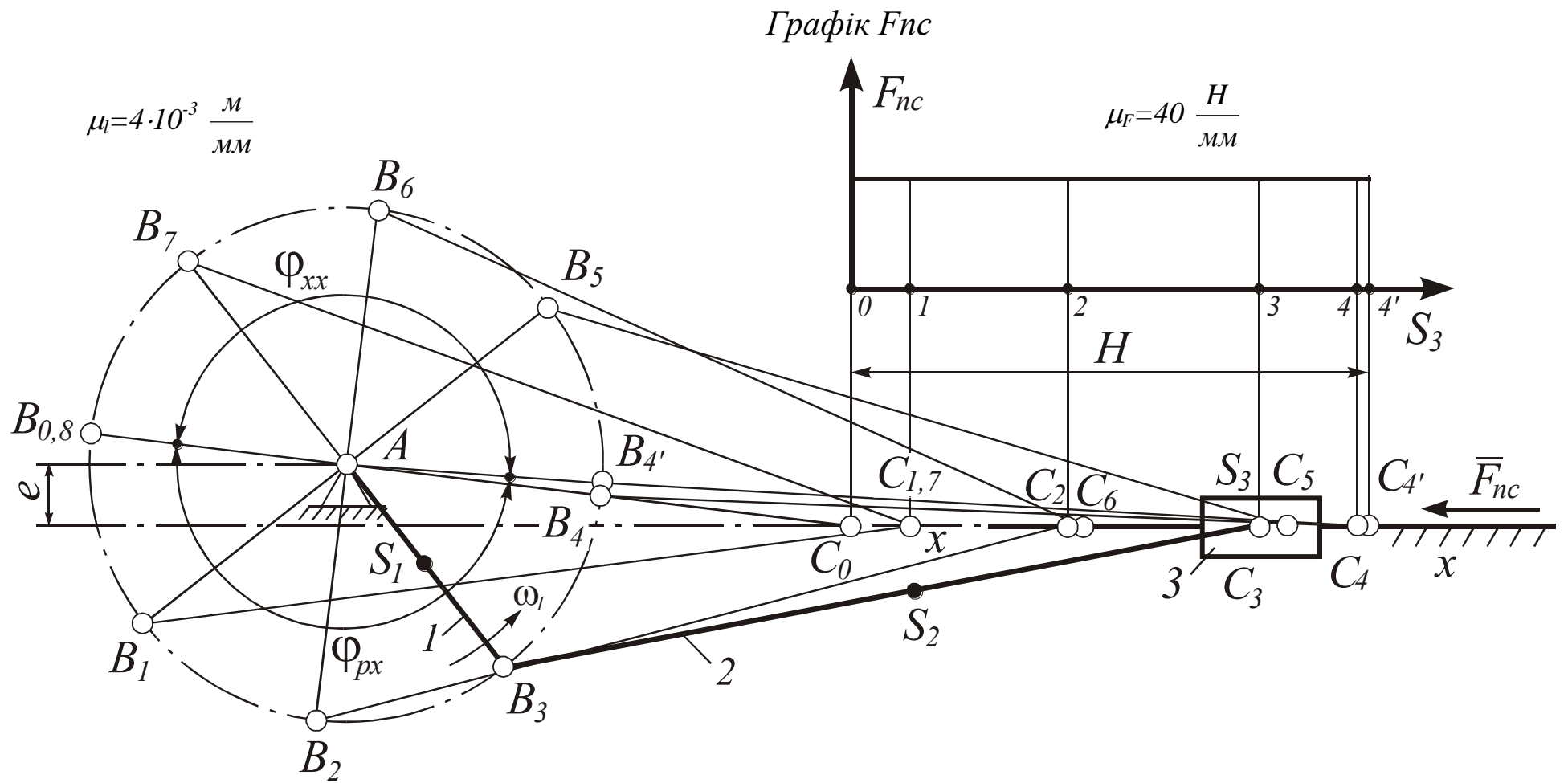


Рисунок 8 – Плани положень кривошипно-повзунного механізму

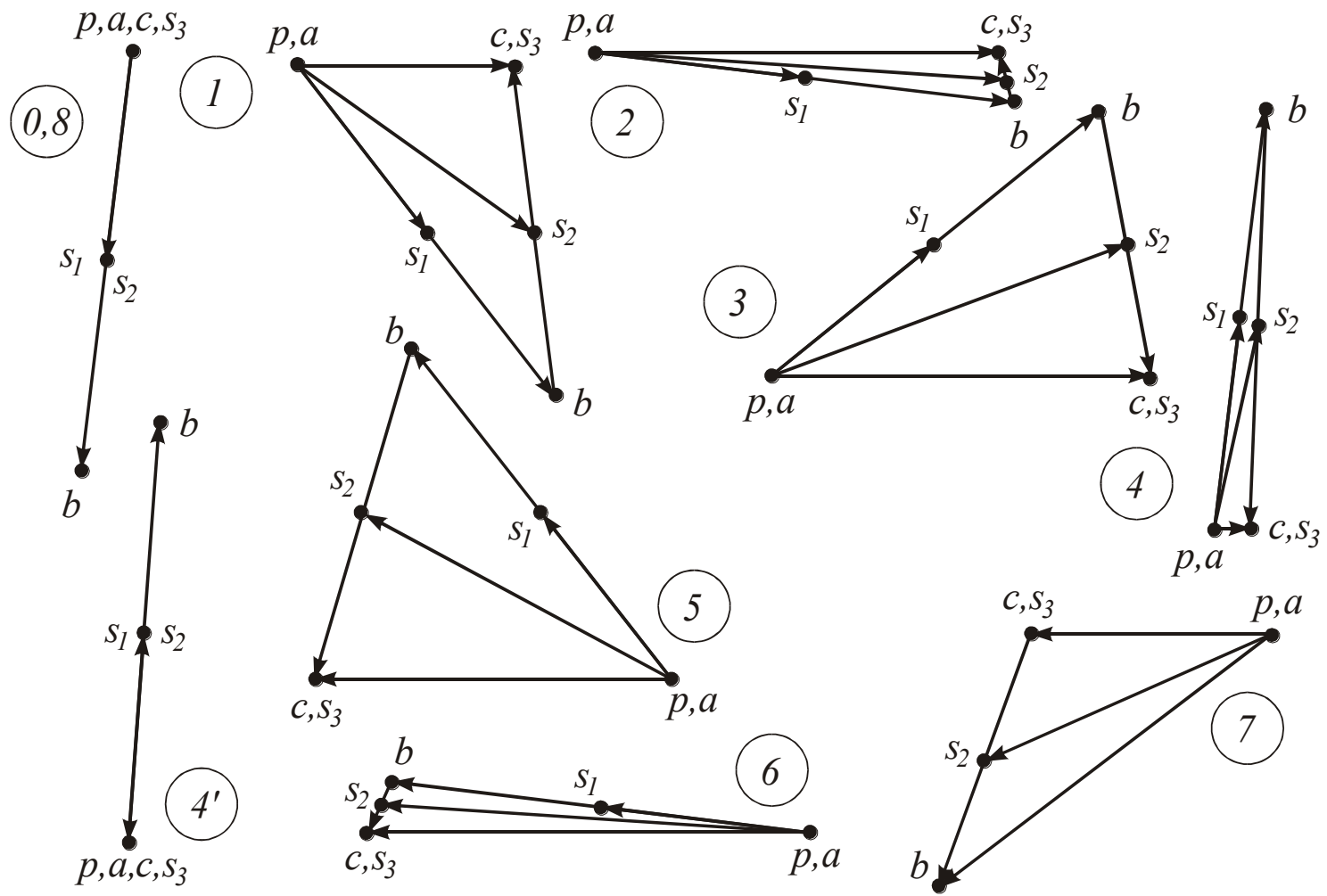


Рисунок 9 – Плани швидкостей кривошипно-повзунного механізму

Прискорення точки C , загальної для шатуна 2, що здійснює плоский рух, і для повзуна 3, що рухається поступально уздовж лінії $x-x$, визначимо за векторним рівнянням:

$$\frac{\bar{a}_C}{//x-x} = \frac{\bar{a}_B}{//AB} + \frac{\bar{a}_{CB}^n}{//CB} + \frac{\bar{a}_{CB}^\tau}{\perp CB}. \quad (32)$$

Розмір нормальної складової \bar{a}_{CB}^n відносного прискорення \bar{a}_{CB} буде:

$$a_{CB}^n = \omega_2^2 l_{BC} = 1,65^2 \cdot 0,4 = 1,09 \frac{M}{c^2}.$$

Довжину відрізка (bn_2) , що зображує на плані прискорення \bar{a}_{CB}^n , знаходимо з рівняння:

$$(bn_2) = \frac{a_{CB}^n}{\mu_a} = \frac{1,09}{0,1} = 10,9 \approx 11 \text{ мм.}$$

Вирішуючи графічно (розд. 4) рівняння (32), одержимо план прискорень для заданого положення механізму.

З плану прискорень, застосовуючи властивість подібності, можна визначити прискорення будь-яких точок механізму, що нас цікавлять, наприклад:

$$a_C = a_{S_3} = (\pi c) \mu_a = 70,5 \cdot 0,1 = 7,05 \frac{M}{c^2};$$

$$a_{CB}^\tau = (n_2 c) \mu_a = 84,5 \cdot 0,1 = 8,45 \frac{M}{c^2};$$

$$a_{CB} = (bc) \mu_a = 85 \cdot 0,1 = 8,5 \frac{M}{c^2};$$

$$a_{S_2} = (\pi s_2) \mu_a = 81,5 \cdot 0,1 = 8,15 \frac{M}{c^2} \text{ і т.д.}$$

$$\text{Кутове прискорення шатуна } \varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^\tau}{l_{BC}} = \frac{8,45}{0,4} = 21,07 \frac{\text{рад}}{c^2}.$$

Для визначення напрямку ε_2 подумки переносимо вектор $\overline{a_{CB}^t}$ (тобто $\overline{n_2c}$) із плану прискорень у точку C плану механізму і спостерігаємо, у який бік цей вектор почне обертати ланку 2 щодо умовно нерухомого центру обертання B . Це і буде напрямком ε_2 . З рисунку 7, а очевидно, що в даний момент шатун повертається прискорено, тому що напрямки ω_2 і ε_2 збігаються. Кутове прискорення повзуна $\varepsilon_2 = 0$.

На рисунку 7, в з полюса π_0 побудований план прискорень для нульового положення механізму. Варто мати на увазі, що в цьому випадку

$$\overline{a_{CB}^n} \neq 0, \text{ тому що } \omega_2 \neq 0.$$

$$\text{Тут } a_{CB}^n = \frac{V_{CB}^2}{l_{CB}} = \frac{V_B^2}{l_{BC}} = \frac{1,047^2}{0,4} = 2,74 \frac{м}{с^2}.$$

Оскільки на плані механізму лінії AB і BC збігаються, то з рівняння (32) випливає, що лінії векторів $\overline{\pi b}$ і $\overline{n_2b}$ також збігаються (див. рис. 7, в).

Результати обчислень кінематичних характеристик для заданого і нульового положень механізму зведені в таблиці 4.

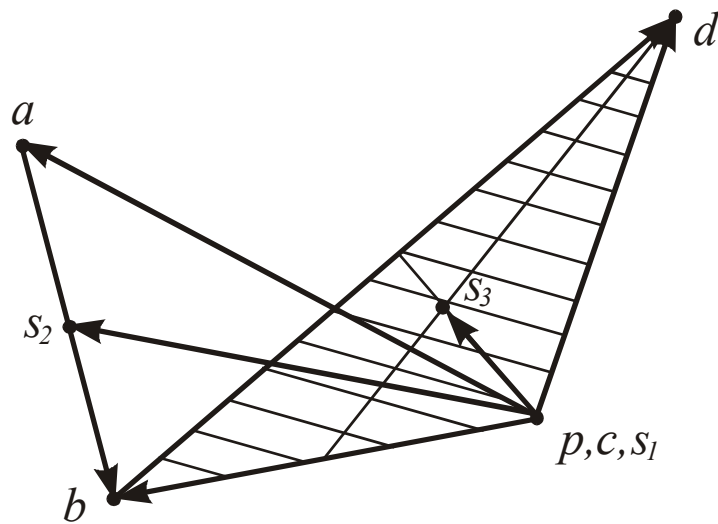
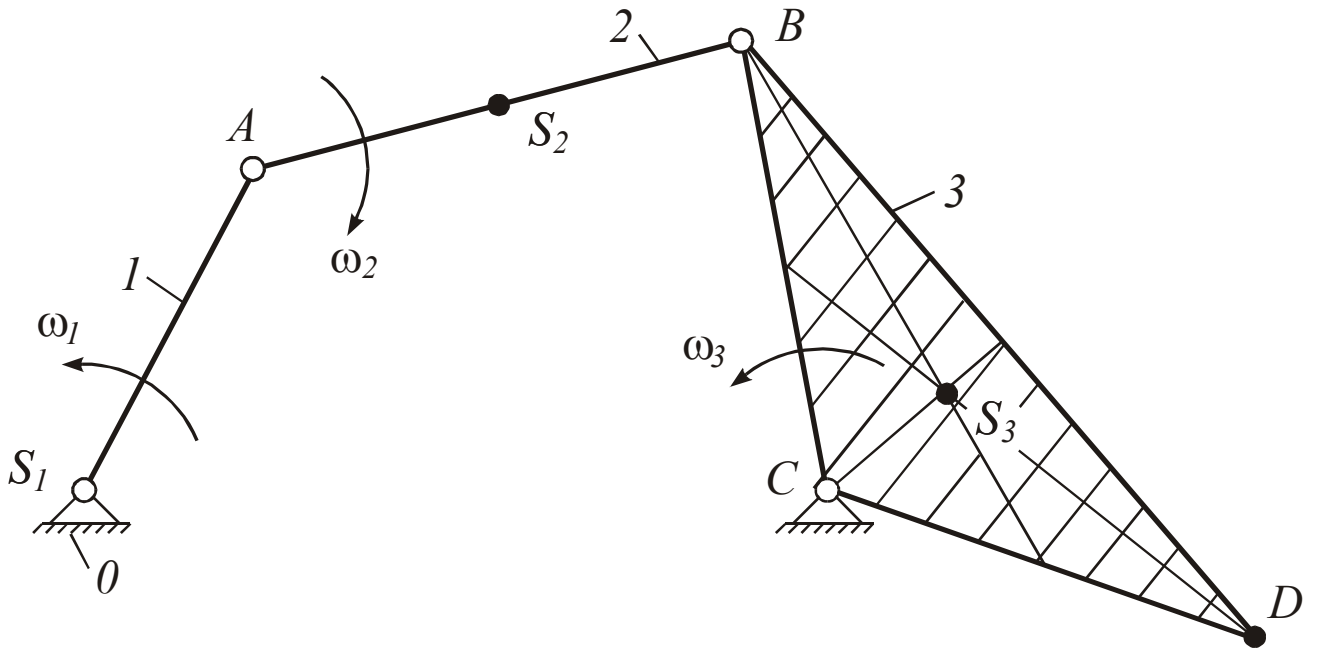
Користуючись рівняннями (31) і (32), можна побудувати плани швидкостей і прискорень для будь-якого положення досліджуваного механізму і визначити потрібні кінематичні параметри.

Таблиця 4 – Кінематичні параметри механізму

Розмір Положення	S	ω_1	ω_2	V_B	V_{CB}	V_C	V_{S_1}	V_{S_2}	a_B	a_{CB}^n	a_{CB}^τ	a_{CB}	a_C	a_{S_1}	a_{S_2}	ε_1	ε_2	ε_3
	m	$\frac{рад}{с}$		$\frac{м}{с}$					$\frac{м}{с^2}$					$\frac{рад}{с^2}$				
Задане	0,164	10,47	-1,65	1,047	0,66	0,90	0,52	0,92	10,96	1,09	8,45	8,5	7,05	5,48	8,15	0	-21,07	0
Нульове	0	10,47	2,62	1,047	1,047	0	0,52	0,52	10,96	2,74	0,95	2,90	8,25	5,48	8,15	0	2,38	0

ДОДАТОК А

Плани швидкостей елементарних механізмів II класу



$$V_A = \omega_1 l_{S_1 A};$$

$$\overline{V_B} = \overline{V_A} + \overline{V_{BA}}; \quad \overline{V_{S_1}} = 0; \quad \overline{V_C} = 0;$$

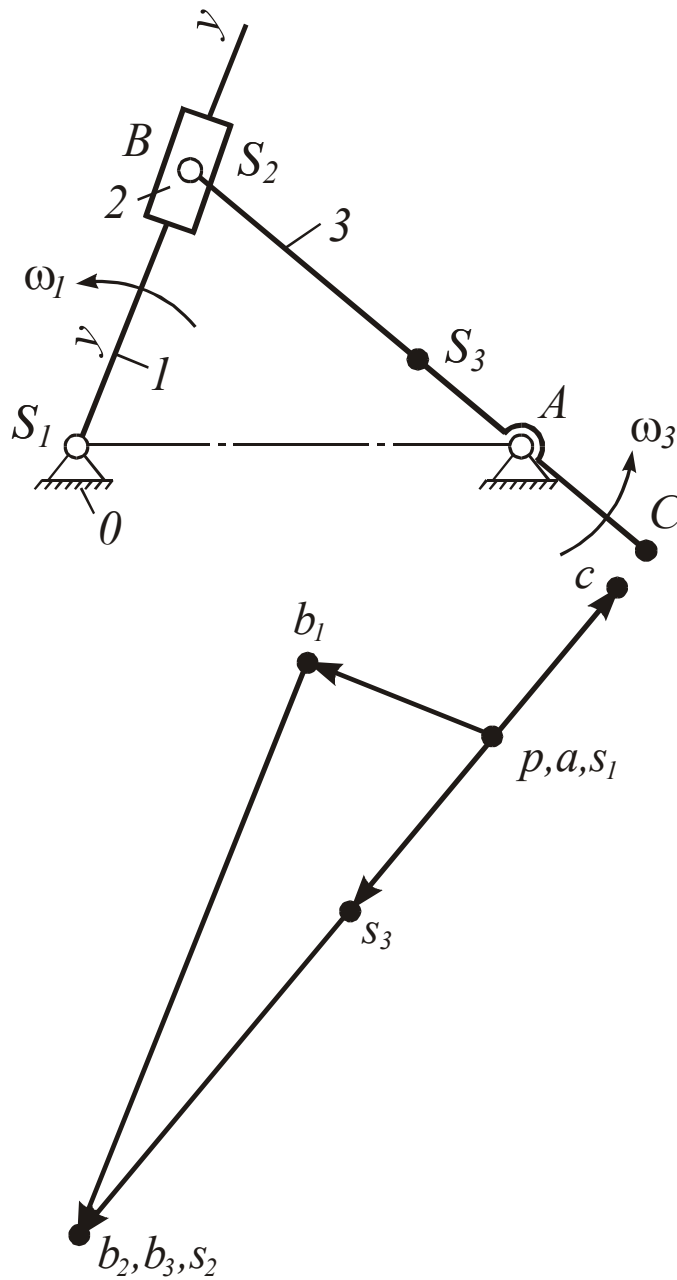
$$\perp BC \quad \perp S_1 A \quad \perp BA$$

$$\Delta bcd \sim \Delta BCD; \quad \overline{V_D} = \overline{pd}; \quad \overline{V_{S_3}} = \overline{ps_3};$$

$$\frac{(as_2)}{(ab)} = \frac{(AS_2)}{(AB)}; \quad \overline{V_{S_2}} = \overline{ps_2};$$

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}}; \quad \ominus \omega_3 = \frac{V_B}{l_{BC}}. \quad \oplus$$

Рисунок А.1 – Механізм I(0,1) → II(2,3)_{2,1}



$$V_{B_1} = \omega_1 l_{S_1 B};$$

$$\omega_2 = \omega_1;$$

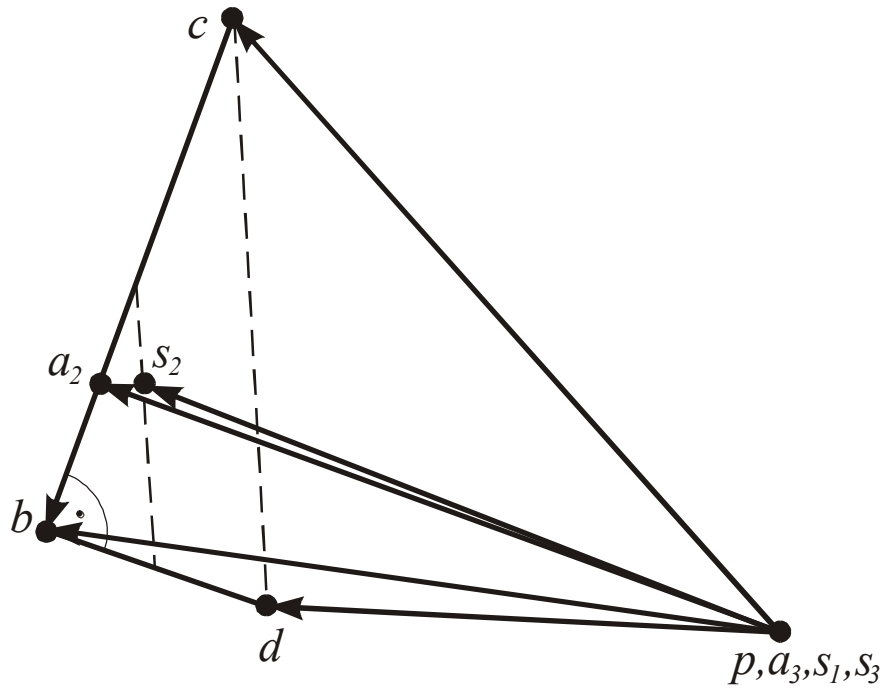
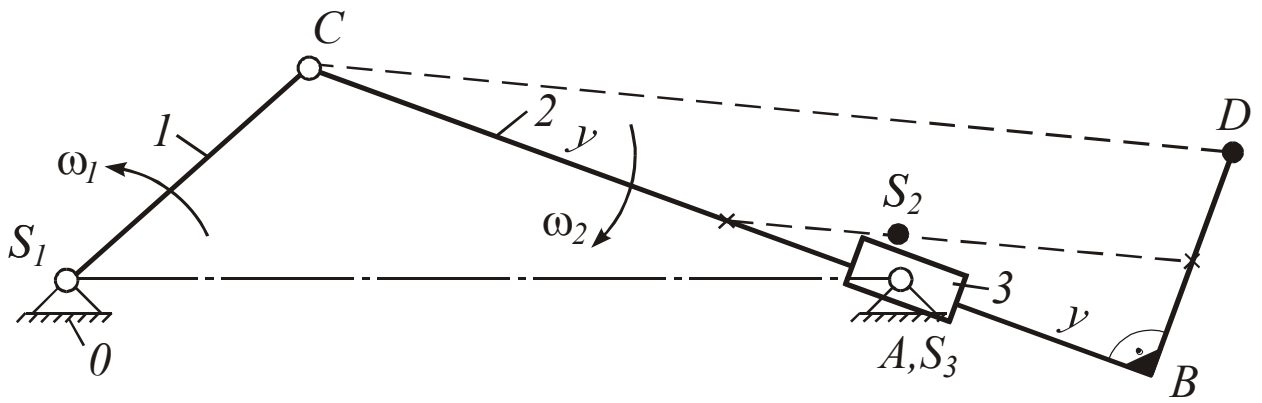
$$\omega_3 = \frac{V_{B_3}}{l_{AB}};$$



$$\frac{\bar{V}_{B_3}}{\perp AB} = \frac{\bar{V}_{B_2}}{\perp AB} = \frac{\bar{V}_{B_1}}{\perp S_1 B} + \frac{\bar{V}_{B_2 B_1}}{\parallel y-y}; \quad \bar{V}_{S_1} = \bar{V}_A = 0;$$

$$\frac{(ac)}{(ab_3)} = \frac{(AC)}{(AB)}; \quad \frac{(as_3)}{(ab_3)} = \frac{(AS_3)}{(AB)}.$$

Рисунок А.2 – Механізм I(0,1) → II(2,3)_{2,2}



$$V_C = \omega_1 l_{S_1 C};$$

$$\vec{V}_{A_2} = \vec{V}_C + \vec{V}_{A_2 C};$$

$\frac{\perp S_1 C}{\perp AC}$

$$\vec{V}_{A_2} = \vec{V}_{A_3} + \vec{V}_{A_2 A_3};$$

$\frac{=0}{// y-y}$

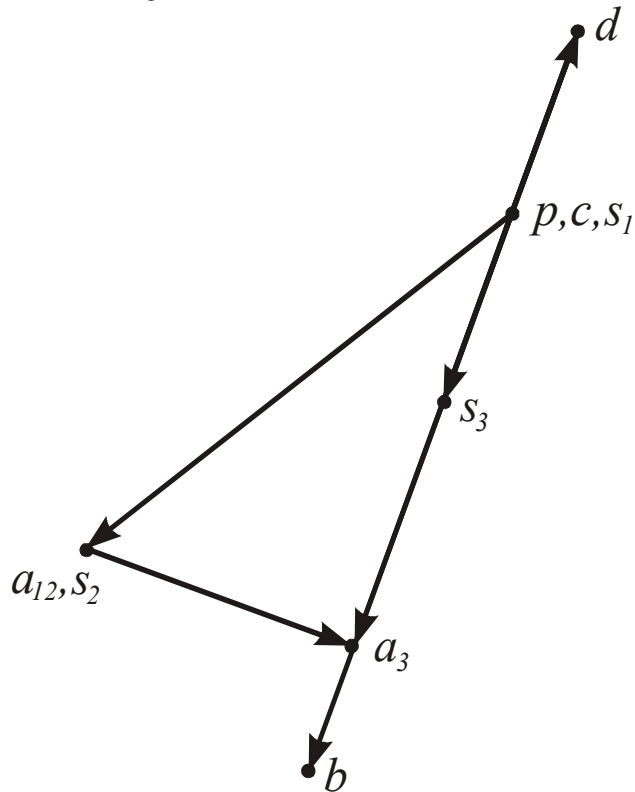
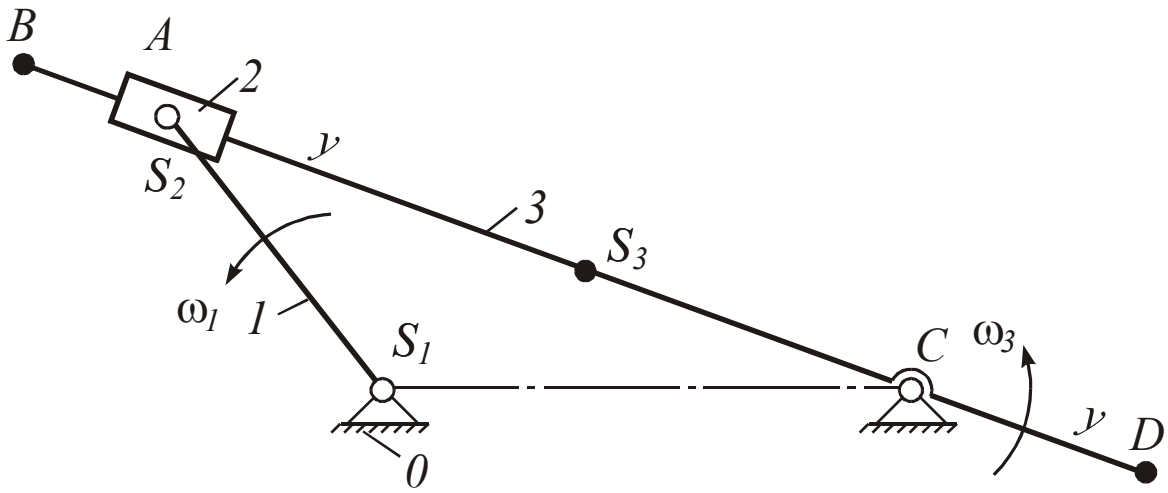
$$\vec{V}_{S_3} = \vec{V}_{A_3} = \vec{V}_{A_0} = 0;$$

$$\omega_3 = \omega_2 = \frac{V_{A_2 C}}{l_{AC}}; \quad \ominus$$

$$\Delta bcd \sim \Delta BCD; \quad \vec{V}_D = \overline{pd}; \quad \vec{V}_{S_2} = \overline{ps_2};$$

$$\frac{(cb)}{(ca_2)} = \frac{(CB)}{(CA)}; \quad \frac{(bd)}{(cb)} = \frac{(BD)}{(CB)}.$$

Рисунок А.3 – Механізм I(0,1) → II(2,3)_{2,3}



$$V_{A_1} = \omega_1 l_{S_1 A}; \quad \bar{V}_{A_2} = \frac{\bar{V}_{A_1}}{\perp AS_1};$$

$$\frac{\bar{V}_{A_3}}{\perp AC} = \frac{\bar{V}_{A_2}}{\perp AS_1} + \frac{\bar{V}_{A_3 A_2}}{\parallel y-y};$$

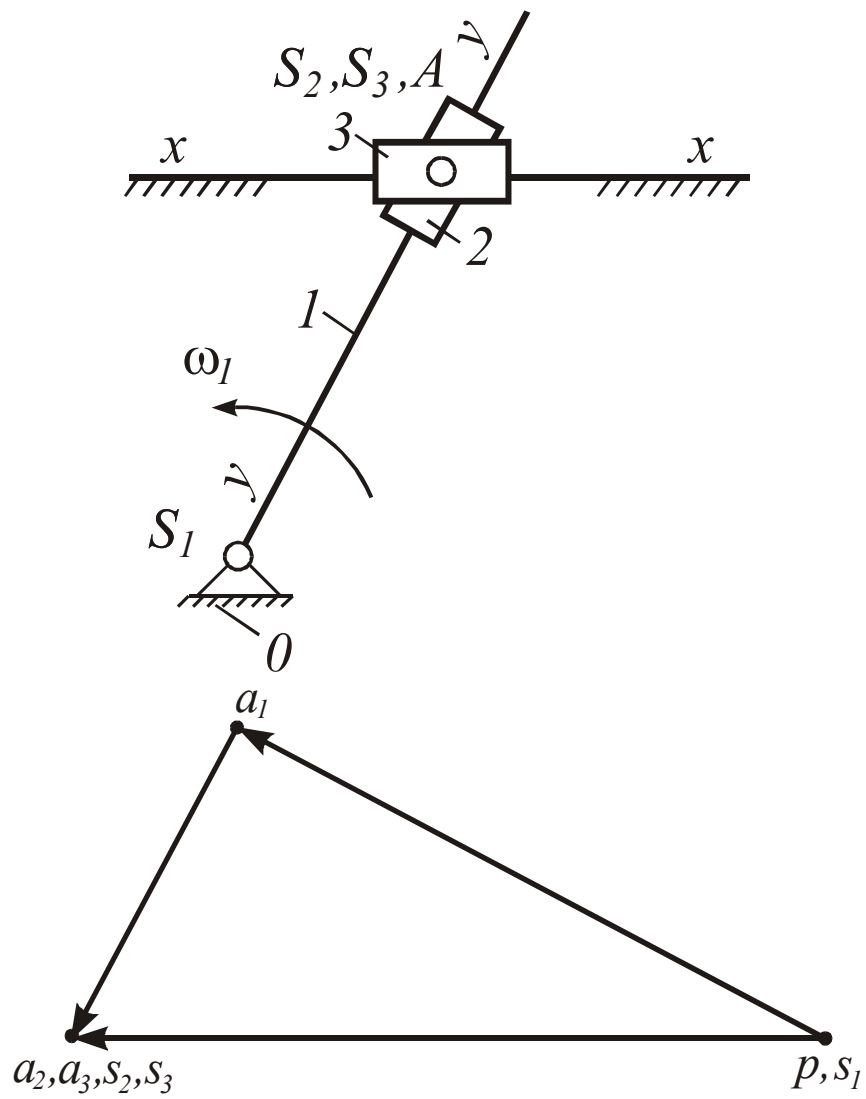
$$\omega_2 = \omega_3 = \frac{V_{A_3}}{l_{AC}}; \quad \left(\oplus \right)$$

$$(cb) : (ca3) : (cd) = (CB) : (CA) : (CD);$$

$$(cs3) : (ca3) = (CS3) : (CA);$$

$$\bar{V}_{S_1} = 0; \quad \bar{V}_C = 0.$$

Рисунок А.4 – Механізм I(0,1) → II(2,3)_{2,3}



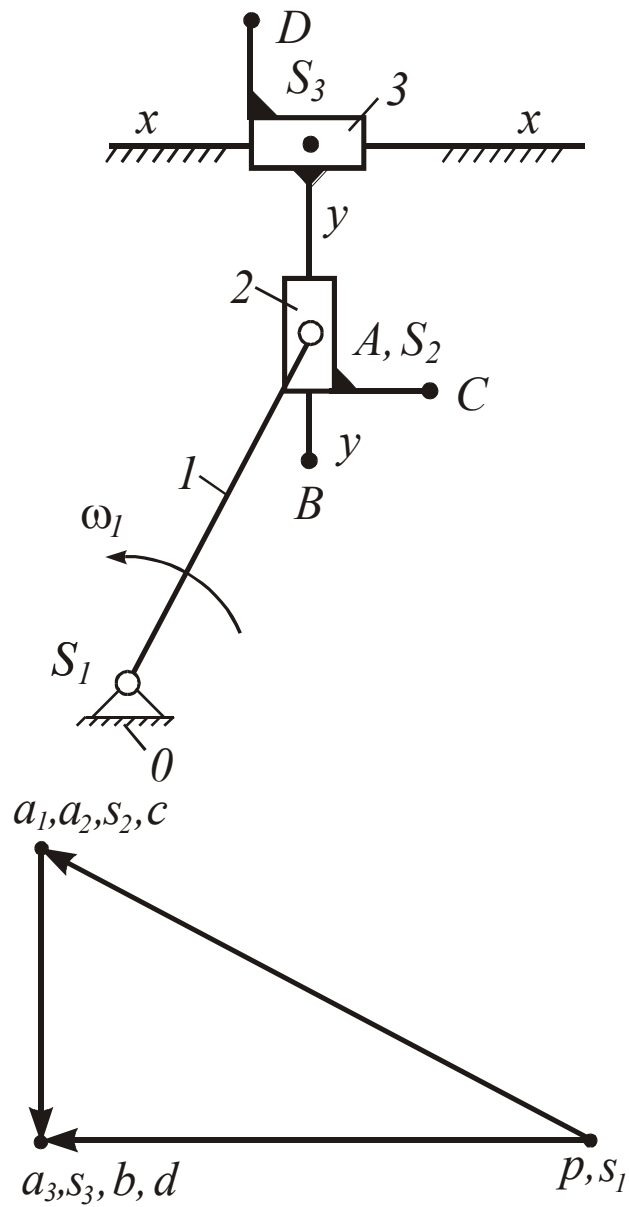
$$V_{A_1} = \omega_1 l_{S_1 A};$$

$$\omega_2 = \omega_1;$$

$$\omega_3 = 0;$$

$$\frac{\bar{V}_{A_3}}{\parallel x-x} = \bar{V}_{A_2} = \frac{\bar{V}_{A_1}}{\perp S_1 A} + \frac{\bar{V}_{A_2 A_1}}{\parallel y-y}.$$

Рисунок А.5 – Механізм I(0,1) → II(2,3)_{2,4}



$$V_{A_1} = \omega_1 l S_1 A;$$

$$\bar{V}_{A_2} = \frac{\bar{V}_{A_1}}{\perp AS_1};$$

$$\frac{\bar{V}_{A_3}}{\parallel x-x} = \frac{\bar{V}_{A_2}}{\parallel y-y} + \frac{\bar{V}_{A_3 A_2}}{\parallel y-y};$$

$$\omega_2 = \omega_3 = 0;$$

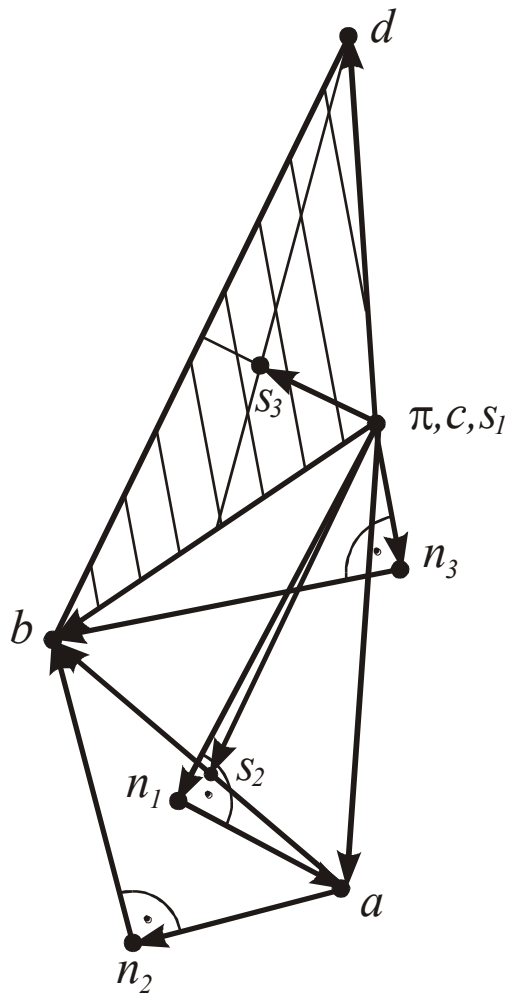
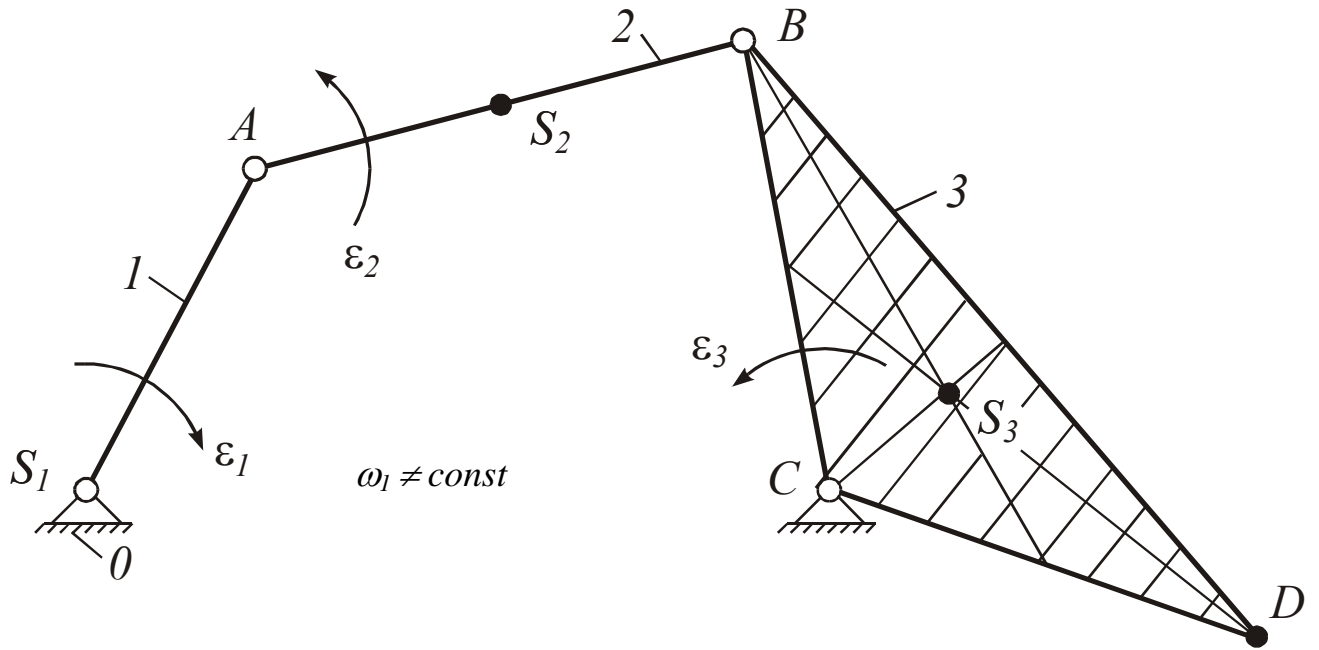
$$\bar{V}_D = \bar{V}_{S_3} = \bar{V}_B = \bar{V}_{A_3};$$

$$\bar{V}_C = \bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{S_2}.$$

Рисунок А.6 – Механізм $I(0,1) \rightarrow II(2,3)_{2,5}$

ДОДАТОК Б

Плани прискорень елементарних механізмів II класу



$$\bar{a}_C = \bar{a}_{S_1} = 0;$$

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau ;$$

$$\begin{matrix} //AS_1 & \perp AS_1 \end{matrix}$$

$$a_A^n = \omega_1^2 l_{AS_1}; \quad a_A^\tau = \varepsilon_1 l_{AS_1};$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau ; \quad a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB}; \\ \quad \quad \quad //BA \quad \perp BA \\ \bar{a}_B = \bar{a}_B^n + \bar{a}_B^\tau ; \quad a_B^n = \omega_3^2 l_{BC}; \\ \quad \quad \quad //BC \quad \perp BC \end{array} \right.$$

$$\Delta bcd \sim \Delta BCD; \quad \frac{(as_2)}{(ab)} = \frac{(AS_2)}{(AB)};$$

$$\bar{a}_{S_2} = \bar{\pi s_2}; \quad \bar{a}_{S_3} = \bar{\pi s_3};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{BA}}; \quad \varepsilon_3 = \frac{a_B^\tau}{l_{BC}}.$$

Рисунок Б.1 – Механізм I(0,1) → II(2,3)_{2,1}

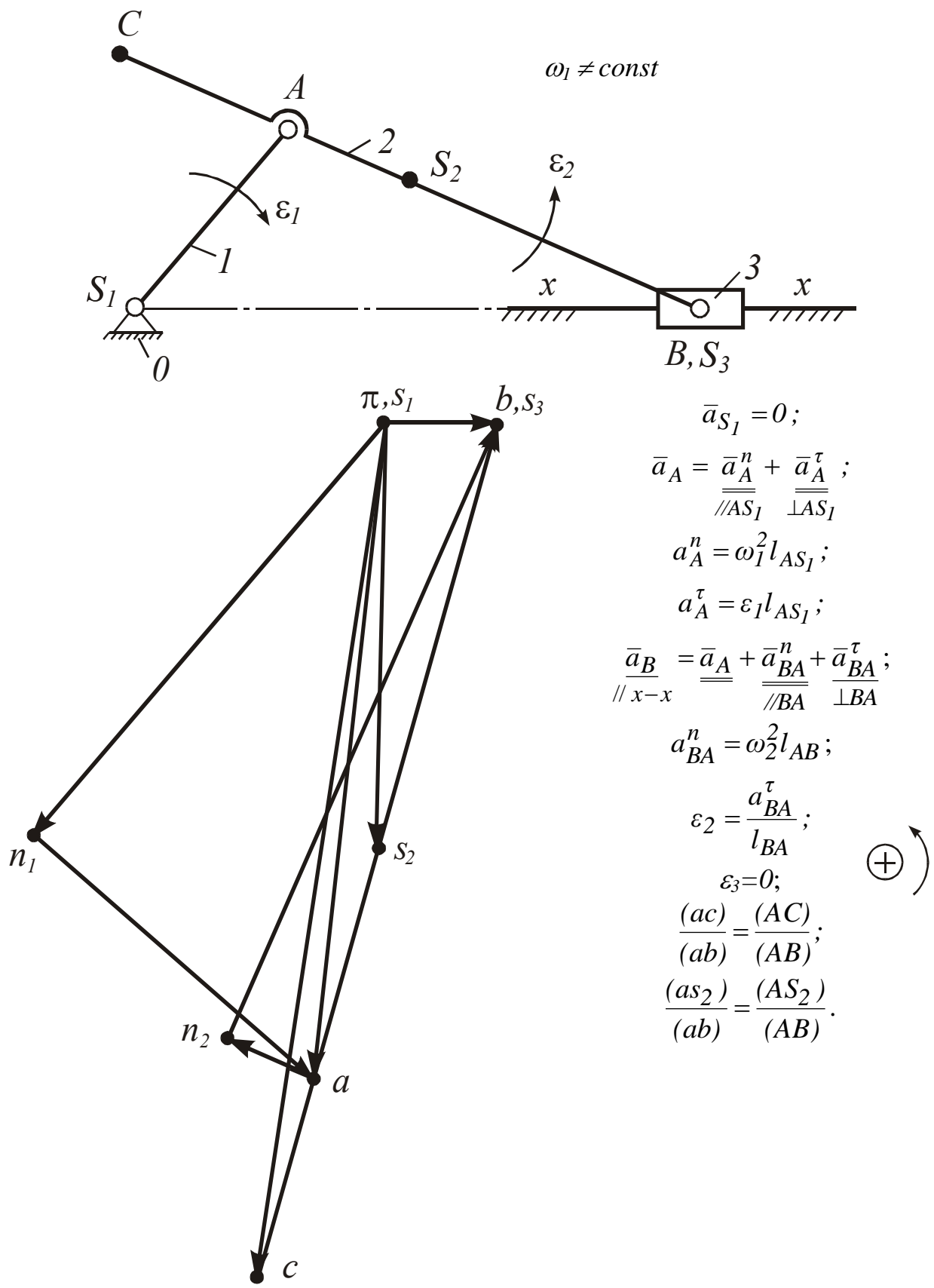
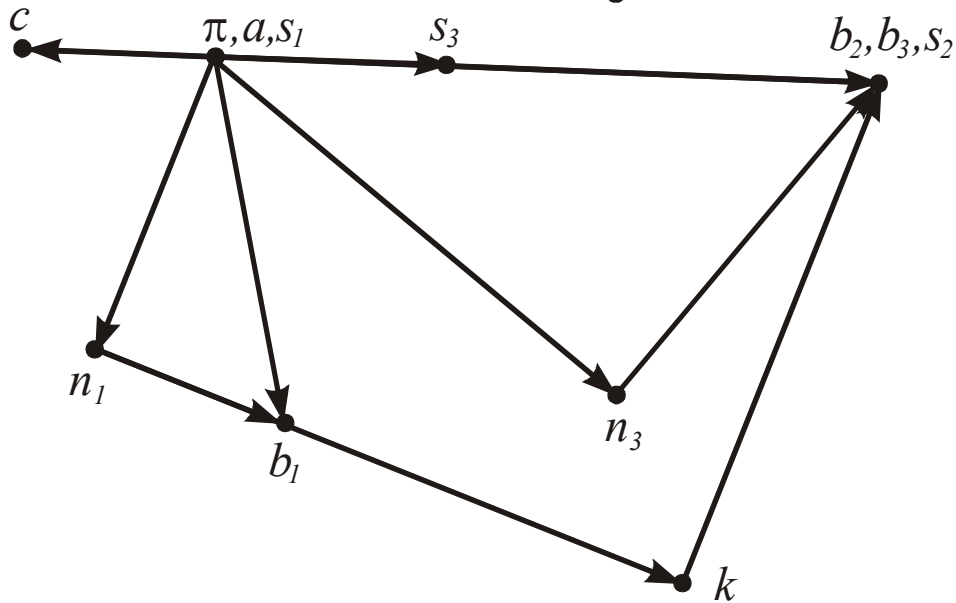
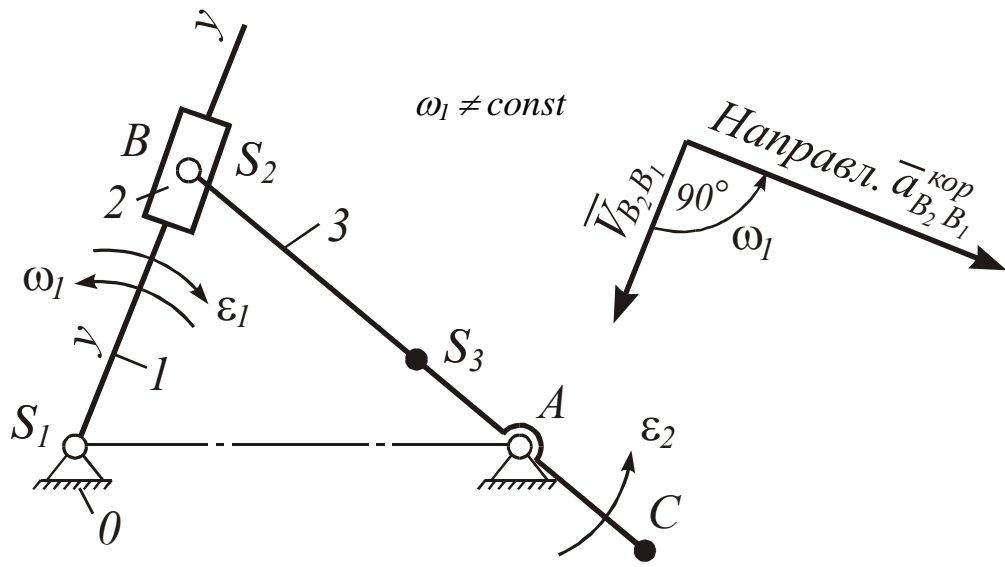


Рисунок Б.2 – Механізм I(0,1) → II(2,3)_{2,2}



$$\bar{a}_A = \bar{a}_{S_1} = 0;$$

$$\bar{a}_{B_1} = \underbrace{\bar{a}_{B_1}^n}_{//BS_1} + \underbrace{\bar{a}_{B_1}^\tau}_{\perp BS_1}; \quad a_{B_1}^n = \omega_1^2 l_{BS_1}; \quad a_{B_1}^\tau = \varepsilon_1 l_{BS_1};$$

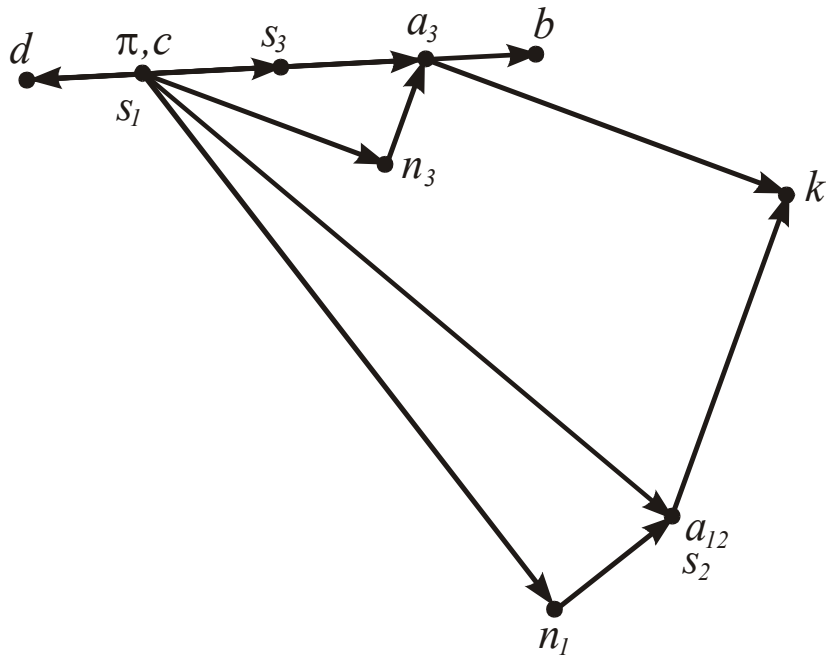
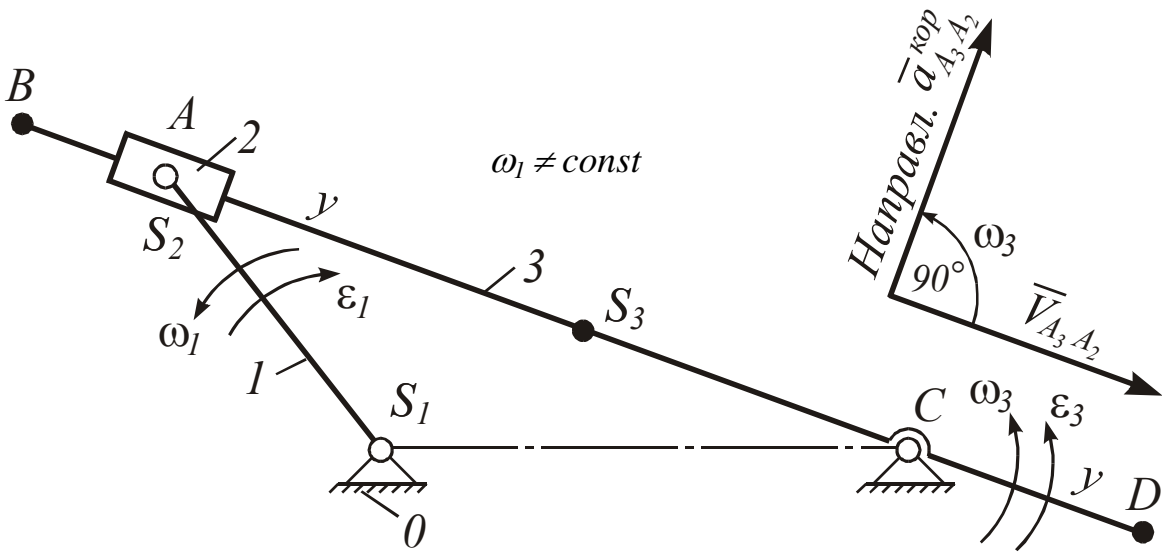
$$\frac{(ac)}{(ab_3)} = \frac{(AC)}{(AB)}; \quad \frac{(as_3)}{(ab_3)} = \frac{(AS_3)}{(AB)}; \quad \bar{a}_{S_3} = \bar{\pi s_3};$$

$$\bar{a}_{S_2} = \bar{a}_{B_3} = \bar{a}_{B_2} = \bar{a}_{B_1} + \underbrace{\bar{a}_{B_2B_1}^{kop}}_{\perp y-y} + \underbrace{\bar{a}_{B_2B_1}^{omH}}_{//y-y}; \quad \bar{a}_{B_3} = \underbrace{\bar{a}_{B_3}^n}_{//BA} + \underbrace{\bar{a}_{B_3}^\tau}_{\perp BA};$$

$$a_{B_2B_1}^{kop} = 2\omega_1 V_{B_2B_1}; \quad a_{B_3}^n = \omega_2^2 l_{BA};$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1; \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{B_3}^\tau}{l_{BA}}.$$

Рисунок Б.3 – Механізм I(0,1) → II(2,3)_{2,2}



$$\bar{a}_C = \bar{a}_{S_1} = 0 ;$$

$$\bar{a}_{A_1} = \bar{a}_{A_2} = \underbrace{\bar{a}_{A_1}^n}_{\parallel AS_1} + \underbrace{\bar{a}_{A_1}^\tau}_{\perp AS_1} ; \quad a_{A_1}^n = \omega_1^2 l_{AS_1} ; \quad a_{A_1}^\tau = \varepsilon_1 l_{AS_1} ;$$

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_2} + \underbrace{\bar{a}_{A_3A_2}^{kop}}_{\perp y-y} + \underbrace{\bar{a}_{A_3A_2}^{omh}}_{\parallel y-y} ; \quad \bar{a}_{A_3} = \underbrace{\bar{a}_{A_3}^n}_{\parallel AC} + \underbrace{\bar{a}_{A_3}^\tau}_{\perp AC} ;$$

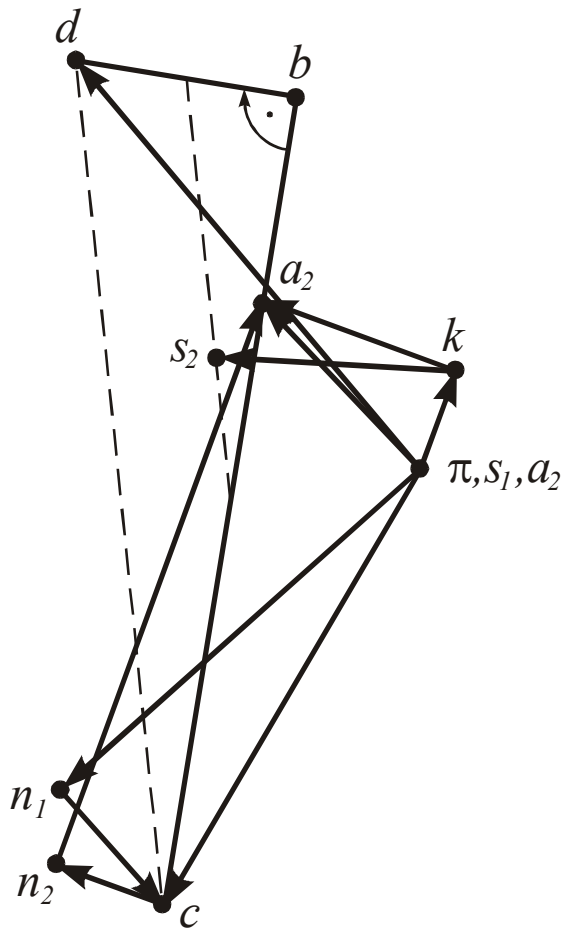
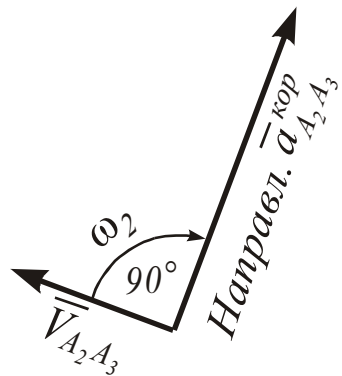
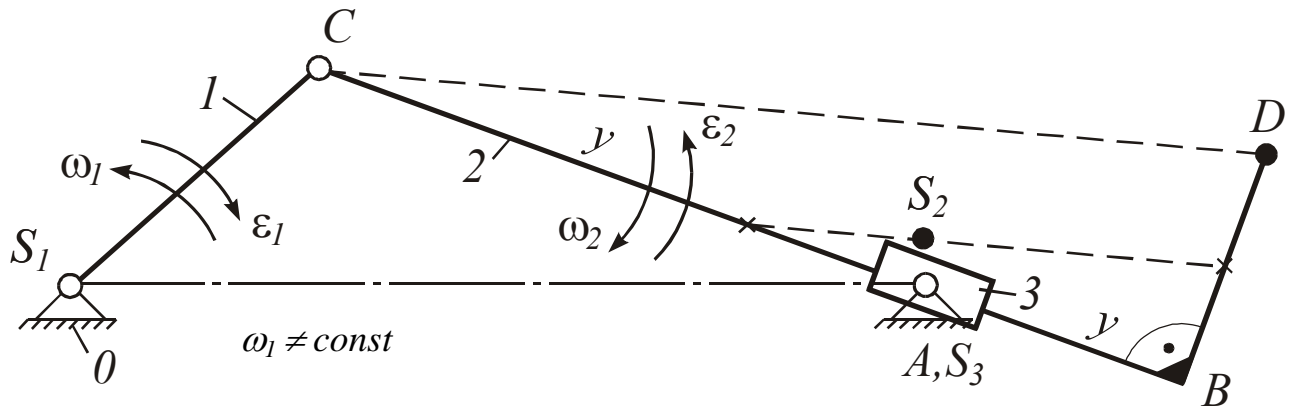
$$a_{A_3A_2}^{kop} = 2\omega_3 V_{A_3A_2} ; \quad a_{A_3}^n = \omega_3^2 l_{AC} ;$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \frac{a_{A_3}^\tau}{l_{AC}} ; \quad \ominus$$

$$(cb):(ca_3):(cd) = (CB):(CA):(CD) ;$$

$$(cs_3):(ca_3) = (CS_3):(CA) .$$

Рисунок Б.4 – Механізм I(0,1) → II(2,3)_{2,3}



$$\begin{aligned} \bar{a}_{S_1} &= 0; \\ \bar{a}_C &= \bar{a}_C^n + \bar{a}_C^\tau; \\ &\quad //CS_1 \quad \perp CS_1 \\ a_C^n &= \omega_1^2 l_{CS_1}; \\ a_C^\tau &= \varepsilon_1 l_{CS_1}; \\ \bar{a}_{A_2} &= \bar{a}_{A_3} + \bar{a}_{A_2A_3}^{kop} + \bar{a}_{A_2A_3}^{omH}; \\ &\quad = 0 \quad \perp y-y \quad //y-y \\ \bar{a}_{A_2} &= \bar{a}_C + \bar{a}_{A_2C}^n + \bar{a}_{A_2C}^\tau; \\ &\quad //AC \quad \perp AC \\ a_{A_2A_3}^{kop} &= 2\omega_2 V_{A_2A_3}; \\ a_{A_2C}^n &= \omega_2^2 l_{AC}; \\ \bar{a}_{A_3} &= \bar{a}_{A_0} = 0; \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_3 &= \frac{a_{A_2C}^\tau}{l_{AC}}; \\ \Delta bcd &\sim \Delta BCD; \\ (cb):(ca_2) &= (CB):(CA); \\ (bd):(cb) &= (BD):(CB). \end{aligned}$$

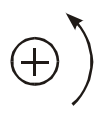
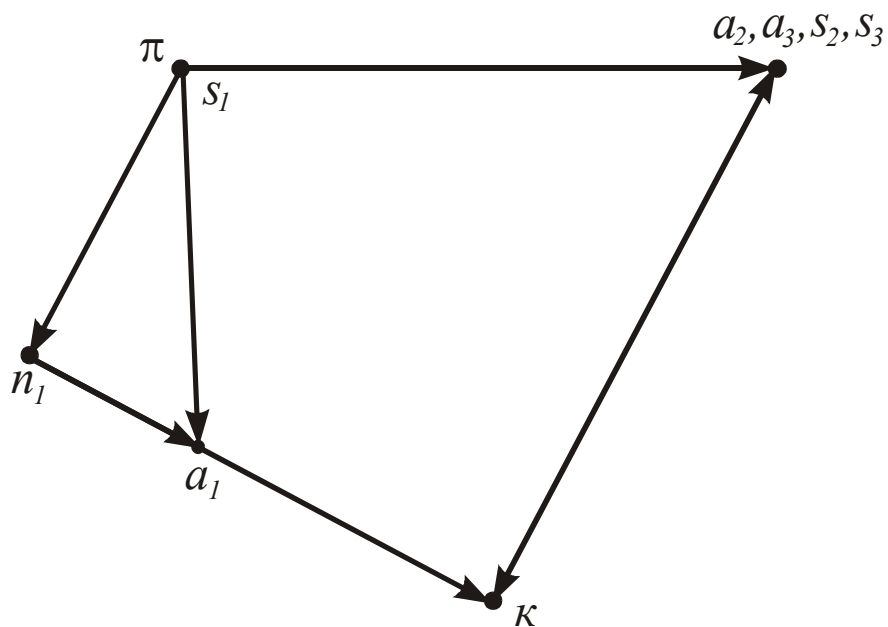
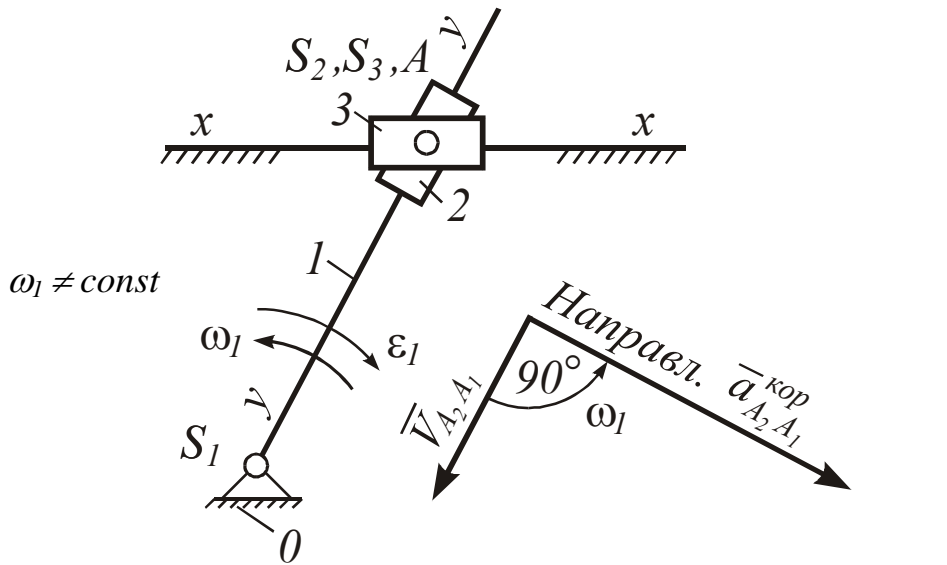


Рисунок Б.5 – Механізм I(0,1) → II(2,3)_{2,3}



$$\bar{a}_{S_1} = 0;$$

$$\bar{a}_{A_1} = \underbrace{\bar{a}_{A_1}^n}_{//AS_1} + \underbrace{\bar{a}_{A_1}^\tau}_{\perp AS_1}; \quad a_{A_1}^n = \omega_1^2 l_{AS_1}; \quad a_{A_1}^\tau = \epsilon_1 l_{AS_1};$$

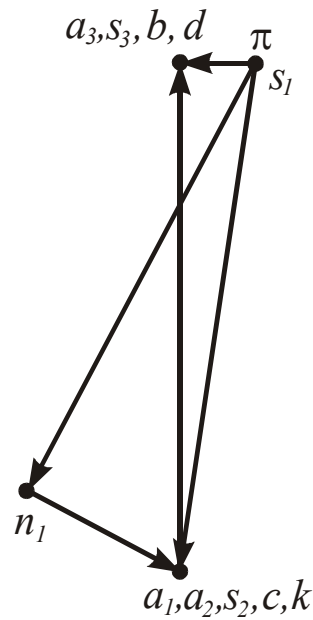
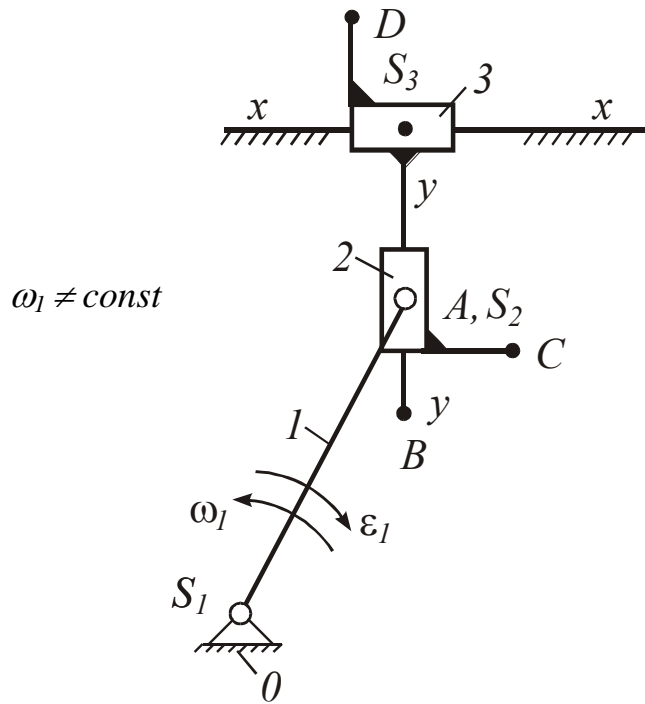
$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_1} + \underbrace{\bar{a}_{A_2A_1}^{кор}}_{\perp y-y} + \underbrace{\bar{a}_{A_2A_1}^{отн}}_{//y-y};$$

$$a_{A_2A_1}^{кор} = 2\omega_1 V_{A_2A_1};$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_1; \quad \ominus$$

$$\epsilon_3 = 0.$$

Рисунок Б.6 – Механізм $I(0,1) \rightarrow II(2,3)_{2,4}$



$$\bar{a}_{S_1} = 0;$$

$$\bar{a}_{A_1} = \bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_1}^n + \bar{a}_{A_1}^\tau; \quad a_{A_1}^n = \omega_1^2 l_{AS_1}; \quad a_{A_1}^\tau = \varepsilon_1 l_{AS_1};$$

$$\begin{matrix} \text{---} \\ //AS_1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{---} \\ \perp AS_1 \end{matrix}$$

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_2} + \bar{a}_{A_3A_2}^{кор} + \bar{a}_{A_3A_2}^{отн}; \quad a_{A_3A_2}^{кор} = 2\omega_2 V_{A_3A_2} = 0, \text{ тому що } \omega_2 = 0;$$

$$\begin{matrix} \text{---} \\ //x-x \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{---} \\ \perp y-y \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{---} \\ //y-y \end{matrix}$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0;$$

$$\bar{a}_D = \bar{a}_{S_3} = \bar{a}_B = \bar{a}_{A_3}; \quad \bar{a}_C = \bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{S_2}.$$

Рисунок Б.7 – Механізм $I(0,1) \rightarrow II(2,3)_{2,5}$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. **Кіницький, Я. Т.** Теорія механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. – К. : Наукова думка, 2002. – 660 с.
2. **Кіницький, Я. Т.** Короткий курс теорії механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. – Львів : Афіша, 2004. – 272 с.
3. **Заблонский, К. И.** Теория механизмов и машин / К. И. Заблонский, И. М. Белоконев, Б. М. Щекин. – К. : Выща школа, 1989. – 376 с.
4. Методические указания к курсовому проектированию по дисциплине ТММ. Кинематический анализ рычажных механизмов / сост.: В. А. Загудаев. – Краматорск : КИИ, 1984. – 56 с.

Навчальне видання

**КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ
ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ
МЕТОДОМ ПЛАНІВ**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання розрахунково-графічних і
контрольних робіт із дисциплін
«Теорія механізмів і машин»
і «Прикладна механіка»

для студентів усіх спеціальностей
денної і заочної форм навчання

Укладачі: ЗАГУДАЄВ Віктор Олексійович,
ЧОСТА Наталія Вікторівна,
ШОЛЕНІНОВ Владислав Євгенович

Редагування О. М. Болкова

19/2021. Формат 60 x 84/16. Умовн. друк. арк. 3,9.
Обл.-вид. арк. 3,04. Тираж ___ прим. Зам. № ___

Видавець і виготівник
Донбаська державна машинобудівна академія
84313, м. Краматорськ, вул. Академічна, 72.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК №1633 від 24.12.2003